TRANSLASI BANGUN RUANG BERSISI DATAR PADA RUANG BERDIMENSI TIGA (R^3)

Skripsi

disusun sebagai salah satu syarat

untuk memperoleh gelar Sarjana Sains

Program Studi Matematika

oleh

Mohammad Yusuf Guntari

4111410044

JURUSAN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG

2015

PERNYATAAN

Saya menyatakan bahwa skripsi ini bebas plagiat, dan apabila di kemudian hari terbukti terdapat plagiat dalam skripsi ini, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai ketentuan peraturan perundang-undangan.

Semarang, 14 Juli 2015

METERAI TEMPEL

6000

Mohammad Yusuf Guntari

NIM. 4111410044

PENGESAHAN

Skripsi yang berjudul

Translasi Bangun Ruang Bersisi Datar Pada Ruang Berdimensi Tiga (R^3)

disusun oleh

Mohammad Yusuf Guntari

4111410044

telah dipertahankan di hadapan sidang Panitia Ujian Skripsi Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Semarang pada tanggal 14 Juli 2015.

Panitia:

Ketua	Sekretaris
Prof. Dr. Wiyanto, M.Si.	Drs. Arief Agoestanto, M.Si.
196310121988031001	196807221993031005
Penguji 1	Penguji 2
Hery Sutarto, S.Pd., M.Pd.	Ardhi Prabowo, S.Pd., M.Pd.
197908182005011002	198202252005011001

Anggota Penguji/Pembimbing

Drs. Suhito, M.Pd.

195311031976121001

MOTTO DAN PERSEMBAHAN

MOTTO:

1. “Karena sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan” (QS. Alam Nasyrah: 5)
2. “Maka nikmat Tuhan kamu yang manakah yang kamu dustakan?” (QS. Ar-Rahman)
3. Musuh terbesarmu adalah dirimu sendiri

PERSEMBAHAN:

a. Untuk Bapak dan Ibuku, serta Adikku Avinda Esti Saraswati
b. Untuk semua keluarga besarku, khususnya Mbak Navy dan Mas Nova
c. Untuk Abah Kiai Masrokhan
d. Untuk Kange dan Mbake Santri PPDAW
e. Untuk Sahabat Proxima 2010

PRAKATA

Puji Syukur kehadirat Allah SWT atas segala rahmat dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini yang berjudul "Translasi Bangun Ruang Bersisi Datar Pada Ruang Berdimensi Tiga (R^3)". Shalawat serta salam tercurahkan kepada Nabi Agung Muhammad SAW. Penulis sangat berterima kasih atas bantuan, bimbingan, dan dukungan dari berbagai pihak dalam proses penyusunan skripsi ini. Oleh karena itu, penulis menyampaikan ucapan terima kasih kepada:

1. Prof. Dr. Fathur Rokhman, M.Hum., Rektor Universitas Negeri Semarang.
2. Prof. Dr. Wiyanto, M.Si., Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Semarang.
3. Drs. Arief Agoestanto, M.Si., Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Semarang.
4. Drs. Suhito, M.Pd., Dosen Pembimbing yang telah memberikan bimbingan, arahan, dan saran kepada penulis selama penyusunan skripsi.
5. Tri Sri Noor Asih, S.Si, M.Si, Dosen Wali yang telah memberikan arahan dan motivasi selama penulis menuntut ilmu di Universitas Negeri Semarang.
6. Bapak dan Ibu Dosen Jurusan Matematika yang telah mengajarkan ilmunya dalam perkuliahan.
7. Bapak, Ibu, dan Adikku, yang telah memberikan doa, semangat dan kasih sayangnya kepada penulis.

8. Abah Kiai Masrokhan, pengasuh PP. Durotu Aswaja yang telah memberikan doa dan bimbingannya, serta mengajarkan ilmunya kepada penulis.
9. Keluarga besar Pondok Pesantren Durrotu Ahlissunnah Waljama'ah yang telah memberikan berbagai pengalaman baru kepada penulis.
10. Sahabat "PROXIMA" Program Studi Matematika angkatan 2010 atas kebersamaannya, perjuangan kita baru akan dimulai.
11. Seluruh pihak yang turut membantu penyelesaian skripsi yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu.

Akhir kata penulis mengharapkan kritik dan saran dari pembaca agar skripsi ini menjadi lebih baik. Semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat bagi pembaca dan menambah referensi pustaka matematika.

Semarang, 14 Juli 2015

Penulis

ABSTRAK

Guntari, M. Y. 2015. *Translasi Bangun Ruang Bersisi Datar Pada Ruang Berdimensi Tiga* (R^3). Skripsi, Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Semarang. Drs. Suhito, M.Pd.

Kata kunci: translasi, bangun ruang, sisi datar, dimensi tiga.

Translasi geometri adalah suatu transformasi yang memetakan titik ke titik lainnya pada ruang. Bangun ruang yang dibahas adalah bangun ruang yang dibatasi oleh bidang datar. Suatu bangun ruang bersisi datar ditentukan titik sudutnya, kemudian satu per satu bidang yang membatasinya dicari persamaan bidangnya, setelah itu persamaan bidang tersebut ditranslasikan.

Permasalahan yang diangkat dalam skripsi ini adalah bagaimana menyatakan hasil translasi bangun ruang bersisi datar pada ruang berdimensi tiga (R^3). Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengetahui rumus umum dan sifat translasi pada R^3 sehingga dapat dinyatakan hasil translasi pada bangun ruang bersisi datar khususnya pada bangun ruang prisma dan limas. Metode yang digunakan pada penulisan skripsi ini adalah studi pustaka. Hasil dari studi pustaka ini digunakan untuk mengumpulkan referensi yang diperlukan dalam menyusun skripsi.

Hasil dari translasi di R^3 memiliki sifat-sifat mempertahankan besar sudut dan kesejajaran antara dua garis sehingga hasil translasi garis akan berupa garis lagi dan mempertahankan besar sudut dan kesejajaran antara dua bidang sehingga hasil translasi bidang akan berupa bidang lagi. Pada dasarnya mentranslasikan bangun ruang bersisi datar di R^3 adalah mentranslasikan setiap titik pada bangun ruang tersebut. Rumus umum mentranslasikan bangun ruang ada tiga, yaitu rumus translasi titik, garis, dan bidang sebagai berikut:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} l \\ m \\ n \end{pmatrix}$$

$$g' \equiv \frac{x-(x_1+l)}{a} = \frac{y-(y_1+m)}{b} = \frac{z-(z_1+n)}{c}$$

$$V' \equiv A(x-l) + B(y-m) + C(z-n) + D = 0$$

$$V' \equiv \langle \vec{n}, \vec{x} - (\vec{b} + \vec{c}) \rangle = 0$$

Hasil dari translasi bangun ruang ini akan kongruen dengan bangun ruang aslinya.

DAFTAR ISI

Halaman

HALAMAN JUDUL i
PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN ii
HALAMAN PENGESAHAN iii
MOTTO DAN PERSEMBAHAN iv
PRAKATA v
ABSTRAK vii
DAFTAR ISI viii
DAFTAR GAMBAR x
BAB
1. PENDAHULUAN 1
1.1 Latar Belakang 1
1.2 Rumusan Masalah 3
1.3 Batasan Masalah 3
1.4 Tujuan Penelitian 3
1.5 Manfaat Penelitian 3
1.6 Sistematika Penulisan 4
2. TINJAUAN PUSTAKA 6
2.1 Fungsi dan Transformasi 6
2.2 Translasi 10
2.3 Isometri 22

2.4 Isometri Bidang 27
3. METODE PENELITIAN 29
3.1 Identifikasi Masalah 29
3.2 Perumusan Masalah 29
3.3 Studi Pustaka 30
3.4 Pemecahan Masalah 30
3.5 Penarikan Simpulan 31
4. HASIL DAN PEMBAHASAN 32
4.1 Ruang Euclid R^3 32
4.2 Translasi di R^3 33
4.3 Translasi di R^3 merupakan Isometri 40
4.4 Translasi Bangun Ruang di R^3 52
5. PENUTUP 64
5.1 Simpulan 64
5.2 Saran 65
DAFTAR PUSTAKA 66

DAFTAR GAMBAR

Gambar Halaman

2.1 Definisi keekivalenan 11

2.2 Ketunggalan titik 14

2.3 Refleksi pada dua garis sejajar 16

2.4 Translasi merupakan dua kali refleksi 18

2.5 Translasi merupakan dua kali setengah putaran 20

2.6 Isometri garis 23

2.7 Isometri mempertahankan besar sudut 25

2.8 Isometri mempertahankan kesejajaran garis 26

4.1 Translasi garis 43

4.2 Translasi mempertahankan besar sudut antara dua garis 45

4.3 Translasi mempertahankan kesejajaran garis 46

4.4 Translasi bidang 48

4.5 Translasi mempertahankan besar sudut antara dua bidang 50

4.6 Translasi mempertahankan kesejajaran bidang 51

4.7 Hasil translasi prisma 59

4.8 Hasil translasi limas 63

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Geometri merupakan salah satu cabang dari ilmu matematika terapan yang telah ada selama ini. Menurut Wallace dan West (1992: 1) “The word “geometry” comes from the Greek words meaning “earth measure”, which when taken literally imply that geometry involves measuring earthly things”. Geometri dalam perkembangannya mempunyai beberapa disiplin ilmu, salah satunya adalah geometri transformasi. Geometri transformasi merupakan ilmu geometri yang mempelajari tentang jenis-jenis transformasi. Transformasi yang dimaksud adalah suatu fungsi bijektif yang memetakan titik pada ruang ke titik lainnya pada ruang itu juga, atau biasa disebut transformasi geometri.

Pada ruang berdimensi tiga, geometri transformasi merupakan ilmu yang sulit dipahami karena membutuhkan imajinasi ruang agar bisa membayangkan objek yang sedang dibicarakan. Oleh karena itu perlu adanya pengembangan konsep geometri transformasi yang lebih luas agar lebih mudah dipahami dan dipelajari. Jenis-jenis transformasi pada geometri ada empat, yaitu translasi (pergeseran), dilatasi (perkalian), refleksi (pencerminan) dan rotasi (perputaran). Pada skripsi ini akan dibahas konsep translasi bangun ruang pada ruang berdimensi tiga yang mana banyak sekali contohnya pada kehidupan sehari-hari. Oleh karena itu diperlukan pembuktian secara matematis agar pemahaman tentang objek geometri yang ditranslasikan ini tidak berhenti pada melihat dan membayangkan bangun ruangnya saja.

Pada dasarnya mentranslasikan sebuah bangun ruang haruslah dengan cara mentranslasikan semua himpunan titik-titik yang ada pada bangun ruang tersebut. Hal tersebut tidak mungkin dilakukan karena himpunan titik-titik suatu bangun ruang jumlahnya yang tak terhingga itu tidak mungkin ditranslasikan satu per satu. Oleh karena itu cukup titik-titik tertentu saja yang ditranslasikan, misalnya dengan mentransalsikan titik-titik sudut bangun ruang tersebut. Ada dua cara lain yang bisa dilakukan, yaitu dengan mentranslasikan setiap garis yang membentuk suatu bangun ruang dan mentranslasikan setiap bidang yang membatasi bangun ruang tersebut. Persamaan garis dan bidang yang akan ditranslasikan diperoleh dari titik-titik sudut yang membentuk bangun ruang tersebut.

Pada skripsi ini akan dibahas cara mentranslasikan bangun ruang dengan mentranslasikan setiap bidang datar yang membatasi suatu bangun ruang. Persamaan umum bidang $V \equiv \langle \vec{\alpha}, \vec{x} - \vec{b} \rangle = 0$ ditanslasikan, bagaimana hasilnya?

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas maka dapat ditarik suatu permasalahan "Bagaimana menyatakan hasil translasi bangun ruang bersisi datar pada ruang berdimensi tiga (R^3)?".

1.3 Batasan Masalah

Dalam skripsi ini, hasil geometri transformasi yang dikaji penulis menitikberatkan pada hasil translasi dari bangun ruang yang dibatasi oleh bidang bersisi datar saja, khususnya pada bangun ruang prisma dan limas.

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan yang dapat diambil dari rumusan masalah diatas adalah sebagai berikut:

1. Mengetahui definisi Ruang Euclid R^3.
2. Mengetahui rumus umum translasi titik, garis, dan bidang pada R^3.
3. Mengetahui sifat-sifat translasi pada R^3.
4. Mengetahui hasil translasi suatu bangun ruang bersisi datar pada R^3.

1.5 Manfaat Penulisan

Adapun manfaat dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Bagi Penulis
   a. Dapat menambah pengetahuan penulis di bidang ilmu geometri.

b. Dapat mengaplikasikan dan mengembangkan materi yang sudah diperoleh di bangku kuliah.

2. Bagi Pembaca

   a. Sebagai sumber referensi yang berkaitan dengan ilmu geometri, khususnya tentang translasi pada geometri transformasi.

   b. Menambah pengetahuan tentang ilmu geometri.

1.6 Sistematika Penulisan

Skripsi ini terdiri atas beberapa bagian yang masing-masing diuraikan sebagai berikut:

1. Bagian awal skripsi, terdiri dari halaman judul, halaman pengesahan, pernyataan, motto, persembahan, kata pengantar, abstrak, daftar isi, dan daftar gambar.
2. Bangian isi, merupakan bagian yang pokok dalam skripsi yang terdiri dari lima bab sebagai berikut:

   Bab 1 : Pendahuluan berisi tentang latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penulisan, dan sistematika penulisan.

   Bab 2 : Tinjauan pustaka berisi tentang teori-teori yang mendukung dan berkaitan dengan permasalahan skripsi sehingga dapat dijadikan sebagai teori penunjang yang menjadi dasar-dasar disusunnya skripsi ini.

Bab 3 : Metode penelitian berisi tentang langkah atau proses penelitian. Bab ini meliputi identifikasi masalah, rumusan masalah, studi pustaka, pemecahan masalah, dan penarikan simpulan.

Bab 4 : Hasil dan pembahasan berisi tentang hasil penelitian dan pembahasan mengenai translasi bangun ruang bersisi datar pada ruang berdimensi tiga (R^3).

Bab 5 : Penutup berisi tentang simpulan dari pembahasan dan saran-saran yang berkaitan dengan simpulan sehingga dapat dikembangkan lagi lebih luas dan bermanfaat bagi pembaca.

3. Bagian akhir, merupakan bagian yang terdiri atas daftar pustaka yang bertujuan untuk memberikan informasi tentang semua buku, sumber, dan literatur lainnya yang digunakan dalam penulisan skripsi ini yang dijadikan penulis sebagai acuan penulisan skripsi.

BAB 2

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Fungsi dan Transformasi

Pengertian fungsi dan jenis-jenis fungsi sangat diperlukan sebelum dibahas materi transformasi. Oleh karena itu, terlebih dahulu pengertian fungsi dan jenis-jenis fungsi harus dipahami dengan baik.

2.1.1 Pengertian Fungsi

Pengertian fungsi menurut Varberg, Purcell, dan Rigdon (2008: 29) adalah sebagai berikut:

> Sebuah fungsi f adalah suatu aturan korespondensi yang menghubungkan tiap objek x dalam satu himpunan, yang disebut daerah asal (*domain*), dengan sebuah nilai tunggal $f(x)$ dari suatu himpunan kedua. Himpunan nilai yang diperoleh secara demikian disebut daerah hasil (*range*) fungsi tersebut.

2.1.2 Jenis-jenis Fungsi

a. Fungsi surjektif, fungsi yang bersifat $\forall\ B\ \exists\ A \ni f(A) = B$.

b. Fungsi injektif, fungsi yang bersifat $P \neq Q \Rightarrow f(P) \neq f(Q) \equiv f(P) = f(Q) \Rightarrow P = Q$.

c. Fungsi bijektif, fungsi bijektif adalah fungsi yang bersifat surjektif dan injektif.

2.1.3 Pengertian Transformasi

Suatu transformasi adalah suatu fungsi bijektif yang daerah asalnya sama dengan daerah hasilnya. Misalkan jika daerah asalnya ruang R maka daerah hasilnya juga ruang R.

Contoh:

Andaikan $A \in R$. Ada padanan T dengan daerah asal R dan daerah hasil juga R. Jadi $T : R \rightarrow R$ yang didefinisikan sebagai berikut:

(1) $T(A) = A$

(2) Jika $P \neq A$ maka $T(P) = Q$ dengan Q titik tengah ruas $\overline{AP}$.

Selidiki apakah padanan T tersebut suatu transformasi?

Jawab:

Untuk mengetahui apakah padanan T suatu tranformasi, maka harus dibuktikan bahwa padanan T adalah fungsi bijektif.

i) Akan dibuktikan padanan T adalah fungsi

Ambil titik C sebarang.

$C = A \Rightarrow T(C) = A$.

$C \neq A \Rightarrow \exists! \overline{AC} \ni AB = BC$.

Ini berarti $\forall X \exists Y \ni T(X) = Y$.

Jadi padanan T adalah fungsi.

ii) Akan dibuktikan T surjektif.

Ambil Y sebarang.

$Y = A \Rightarrow T(Y) = A$.

$Y \neq A \Rightarrow \exists!\, X \in AY \ni AY = YX$.

Ini berarti $Y = T(X)$.

Jadi T surjektif.

iii) Akan dibuktikan T injektif.

Ambil dua titik $P, Q \in R$, $P \neq A$, $Q \neq A$ dan $P \neq Q$ dengan P, Q, dan A tidak kolinear (segaris).

Andaikan $T(P) = T(Q)$.

Oleh karena $T(P) \in AP$ dan $T(Q) \in AQ$ maka AP dan AQ memiliki dua titik sekutu yaitu A dan $T(P) = T(Q)$.

Ini berarti garis AP dan AQ berhimpit sehingga mengakibatkan $Q \in AP$.

Ini berlawanan dengan P, Q, dan A tidak kolinear.

Jadi pengandaian salah, haruslah $T(P) \neq T(Q)$.

Diperoleh $P \neq Q \Rightarrow T(P) \neq T(Q)$.

Jadi T injektif.

Dari uraian di atas diperoleh simpulan bahwa padanan T adalah suatu transformasi.

2.1.4 Komposisi Transformasi

Andaikan F dan G dua buah transformasi dengan $F : R \to R$ dan $G : R \to R$, maka komposisi transformasi dari F dan G yang ditulis $G \circ F$ didefinisikan sebagai: $(G \circ F)(P) = G[f(P)]$, $\forall\, P \in R$.

Teorema:

Komposisi transformasi adalah transformasi.

Bukti:

Jika $F : R \to R$ dan $G : R \to R$ masing-masing suatu transformasi, maka komposit $H = G \circ F : R \to R$ akan dibuktikan juga H suatu transformasi. Untuk ini harus kita buktikan dua hal yaitu:

1) Akan dibuktikan H surjektif.

   Ambil Y sebarang.

   Oleh karena G transformasi berarti G surjektif.

   Maka untuk setiap $\forall\, Y \ \exists\, Z \ni Y = G(Z)$.

   Karena F transformasi berarti F juga surjektif.

   Maka pada Z terdapat X sehingga $Z = F(X)$.

   Jadi $Y = G(Z) \Leftrightarrow Y = G[F(X)] \Leftrightarrow Y = (G \circ F)(X) \Leftrightarrow Y = H(X)$.

   Ini berarti $\forall\, Y \ \exists\, X \in Y \ni Y = H(X)$.

   Jadi H surjektif.

2) Akan dibuktikan H injektif.

   Ambil P dan Q sebarang.

   Jika $H(P) = H(Q)$ maka $(G \circ F)(P) = (G \circ F)(Q) \Leftrightarrow G[F(P)] = G[F(Q)]$.

Oleh karena G injektif maka $F(P) = F(Q)$ dan F injektif maka $P = Q$.

Jadi H injektif.

Karena H bijektif, maka H suatu transformasi.

2.1.5 Transformasi Identitas

Suatu transformasi dinamakan transformasi identitas jika transformasi tersebut memetakan setiap titik pada bidang terhadap dirinya sendiri. Transformasi identitas dilambangkan dengan huruf I . Jadi $I(P) = P \ \forall \ P \in R$.

Contoh:

Jika g sebuah garis dan M_g refleks pada garis g, maka $M_g M_g(P) = P$.

Dapat ditulis juga $M_g^2(P) = P$. Jadi M^2 adalah suatu transformasi yang memetakan setiap titik pada dirinya. Transformasi demikian dinamakan transformasi identitas.

2.2 Translasi

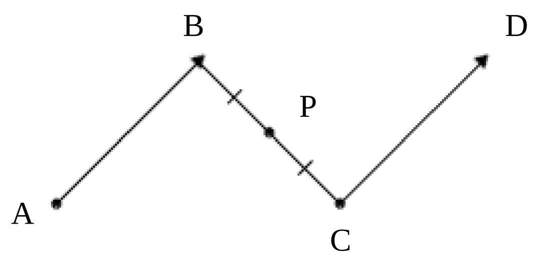
Translasi sangat erat kaitannya dengan ruas garis berarah, karena translasi adalah suatu transformasi yang ditransformasikan oleh ruas garis berarah. Oleh karena itu sebelum membahas materi translasi, akan dibahas materi ruas garis berarah terlebih dahulu.

2.2.1 Definisi dan Sifat-sifat Ruas Garis Berarah

Suatu ruas garis berarah adalah sebuah ruas garis yang salah satu ujungnya dinamakan titik pangkal dan ujung lainnya dinamakan titik akhir. Misalkan A dan B dua titik sebarang, AB merupakan ruas garis berarah dengan titik pangkal A dan titik akhir B, ditulis $\overrightarrow{AB}$.

Definisi:

"Jika $S_P(A) = D$ dengan P titik tengah $\overline{BC}$ maka $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$" (Rawuh, 1994: 90).



Gambar 2.1 Definisi keekivalenan

Teorema 1

Andaikan $\overrightarrow{AB}$ dan $\overrightarrow{CD}$ dua ruas garis berarah yang tidak segaris maka segiempat $ABCD$ sebuah jajargenjang jika dan hanya jika $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

Bukti:

Ditentukan $\overrightarrow{AB}$ dan $\overrightarrow{CD}$ dua ruas garis berarah yang tidak segaris.

(⇒) Akan ditunjukkan jika $ABCD$ jajargenjang maka $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

Andaikan $ABCD$ jajargenjang.

Maka diagonal-diagonal $\overline{AD}$ dan $\overline{BC}$ berpotongan membagi sama panjang, misalkan di titik P.

Diperoleh $S_P(A) = D$, dengan P titik tengah $\overline{AD}$ maupun $\overline{BC}$.

Jadi $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

(⇐) Akan dibuktikan jika $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ maka $ABCD$ jajargenjang.

Andaikan $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

Diperoleh $S_P(A) = D$ dengan P titik tengah $\overline{BC}$ maupun $\overline{AD}$.

Sehingga diagonal-diagonal $\overline{BC}$ dan $\overline{AD}$ segiempat $ABCD$ berpotongan membagi sama panjang di P.

Jadi segiempat $ABCD$ sebuah jajargenjang.

Akibat:

Jika $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ maka $AB = CD$ dan $\overleftrightarrow{AB}$ dan $\overleftrightarrow{CD}$ sejajar atau segaris.

Teorema 2

Jika diketahui ruas garis berarah $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$, dan $\overrightarrow{EF}$ maka berlaku:

1) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB}$. (sifat refleksi)

2) Jika $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ maka $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB}$. (sifat simetrik)

3) Jika $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ dan $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{EF}$ maka $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{EF}$. (sifat transitif)

Bukti:

1) Akan dibuktikan $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB}$.

   Misalkan P adalah titik tengah $\overline{AB}$, maka $S_P(A) = B$.

Jadi $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB}$.

2) Akan dibuktikan jika $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ maka $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB}$.

Jika $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ maka segiempat $ABCD$ sebuah jajargenjang, dengan diagonal-diagonal $\overline{AD}$ dan $\overline{BC}$ membagi sama panjang di P.

Ini berarti P titik tengah $\overline{AD}$, akibatnya $S_P(C) = B$.

Jika $S_P(C) = B$ dengan P titik tengah $\overline{AD}$ maka $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB}$.

Jadi $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB}$.

3) Akan dibuktikan jika $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ dan $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{EF}$ maka $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{EF}$.

Jika $S_P(A) = D$ dengan P titik tengah $\overline{BC}$, maka $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

Jika $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ maka segiempat jika $ABCD$ jajargenjang sehingga $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD}$.

Jika $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ maka $AB = CD$.

Jika $S_Q(C) = F$ dengan Q titik tengah $\overline{DE}$, maka $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{EF}$.

Jika $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{EF}$ maka segiempat jika $CDEF$ jajargenjang sehingga $\overrightarrow{CD} \parallel \overrightarrow{EF}$.

Jika $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{EF}$ maka $CD = EF$.

Diperoleh $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{EF}$ dan $AB = EF$.

Karena $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{EF}$ dan $AB = EF$ maka $ABEF$ sebuah jajargenjang.

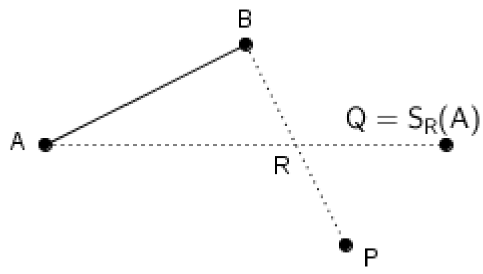
Jika $ABEF$ jajargenjang maka $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{EF}$.

Jadi $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{EF}$.

Teorema 3

Jika ditentukan sebuah titik P dan sebuah garis berarah $\overrightarrow{AB}$, maka ada titik tunggal Q sehingga $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{AB}$.

Bukti:



Gambar 2.2 Ketunggalan titik

Andaikan R titik tengah $\overline{BP}$, maka $S_R(A) = Q$.

Diperoleh $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{PQ}$.

Akan dibuktikan Q tunggal.

Andaikan $\exists\, T \ni \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{PT}$, maka $S_R(A) = T$.

Oleh karena peta dari A oleh S_R tunggal, maka $T = Q$.

Jadi $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{AB}$.

Akibat:

1) Jika $P_1(x_1, y_1)$, $P_2(x_2, y_2)$, dan $P_3(x_3, y_3)$ adalah titik-titik yang diketahui maka titik $P(x_3 + x_2 - x_1, y_3 + y_2 - y_1)$ adalah titik tunggal sehingga $\overrightarrow{P_3P} = \overrightarrow{P_1P_2}$.
2) Jika $P_n(x_n, y_n)$ dengan $n = 1, 2, 3, \ldots$ maka $\overrightarrow{P_3P} = \overrightarrow{P_1P_2} \Leftrightarrow x_2 - x_1 = x_4 - x_3, y_2 - y_1 = y_4 - y_3$.

Definisi:

Misalkan $\overrightarrow{AB}$ adalah ruas garis berarah dan k adalah bilangan riil.

1) Jika $k > 0$ maka $k.\overrightarrow{AB}$ adalah suatu ruas garis berarah $\overrightarrow{AP}$ dengan $AP = k.(AB), P \in \overrightarrow{AB}$ (sinar AB).
2) Jika $k < 0$ maka $\overrightarrow{AP} = k.\overrightarrow{AB}$ dengan P pada sinar yang berlawanan dengan $\overrightarrow{AB}$ dan $AP = |k|(AB)$.

2.2.2 Translasi

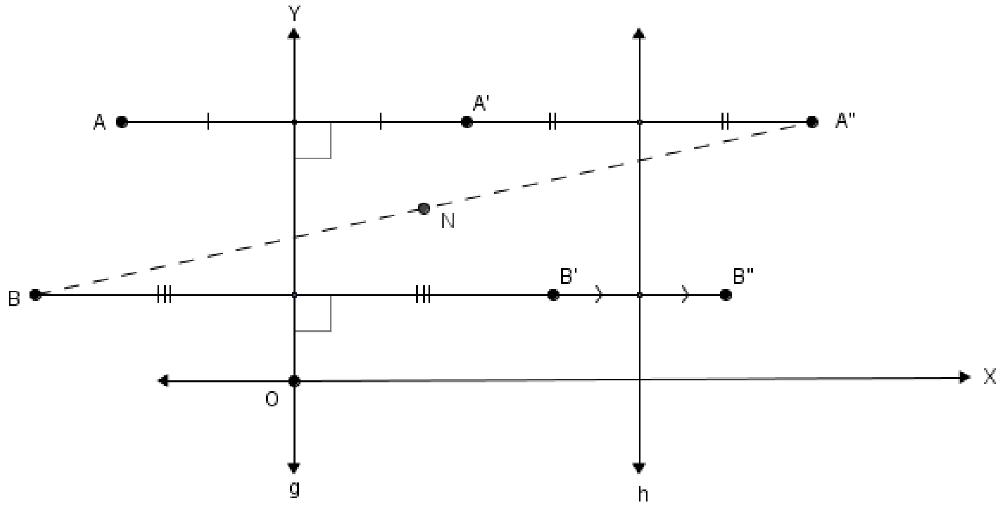
Pengertian translasi menurut Hvidsten (2005: 193) adalah "An isometry that is made up of two reflections, where the lines of reflection are parallel, or identical, is called a translation". Referensi buku pada umumnya mendefinisikan bahwa suatu transformasi G merupakan suatu translasi, $\exists\ \overrightarrow{AB} \Rightarrow \forall\ P\ \exists\ P' \ni G(P) = P'$ (ditulis $G_{AB}(P) = P'$), diperoleh $\overrightarrow{PP'} = \overrightarrow{AB}$.

Teorema 1

Andaikan g dan h adalah dua garis sejajar. Jika ada dua titik A dan B maka $\overrightarrow{AA"} = \overrightarrow{BB"}$ dengan $A" = M_h M_g(A)$ dan $B" = M_h M_g(B)$.

Bukti:

Misalnya garis g sebagai sumbu-y dan garis h di sumbu-x positif. (lihat gambar)



Gambar 2.3 Refleksi pada dua garis sejajar

Andaikan $A = (a_1, a_2)$ dan $B = (b_1, b_2)$.

Jika N titik tengah $\overline{A"B}$, maka harus dibuktikan $S_N(A) = B"$.

Andaikan persamaan h adalah $x = k$ $(k \neq 0)$.

Jika $P = (x, y)$ dan $P' = M_h(P)$, maka garis PP' memotong h di sebuah titik $Q(k, y)$ dengan Q sebagai titik tengah $\overline{PP'}$.

Jadi $P' = M_h(P) = (2k - x, y)$ sedangkan $M_g(P) = (-x, y)$.

Jadi $M_h M_g(P) = M_h[M_g(P)] = M_h[(-x, y)] = (2k + x, y)$

Jadi $A" = M_h M_g(A) = (2x + a_1, a_2)$

$B" = M_h M_g(B) = (2x + b_1, b_2)$

Oleh karena N titik tengah $\overline{A"B}$, maka $N = \left(\frac{(2k+a_1)+b_1}{2}, \frac{a_2+b_2}{2}\right)$

Sedangkan $S_N(A) = \left(2\left[\frac{2k+a_1+b_1}{2}\right] - a_1, 2\left[\frac{a_2+b_2}{2}\right] - a_2\right)$

atau $S_N(A) = (2k + b_1, b_2) = B"$.

Dengan demikian maka $\overrightarrow{AA"} = \overrightarrow{BB"}$.

Teorema 2

Jika $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ maka $G_{AB} = G_{CD}$.

Bukti:

Ambil $X \in R$ sebarang.

Misal $G_{AB}(X) = X_1$ dan $G_{CD}(X) = X_2$.

Jadi $\overrightarrow{XX_1} = \overrightarrow{AB}$ dan $\overrightarrow{XX_2} = \overrightarrow{CD}$.

Karena $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ maka $\overrightarrow{XX_1} = \overrightarrow{XX_2}$.

Ini berarti $X_1 = X_2$ sehingga $G_{AB}(X) = G_{CD}(X), \forall X \in V$.

Jadi $G_{AB} = G_{CD}$.

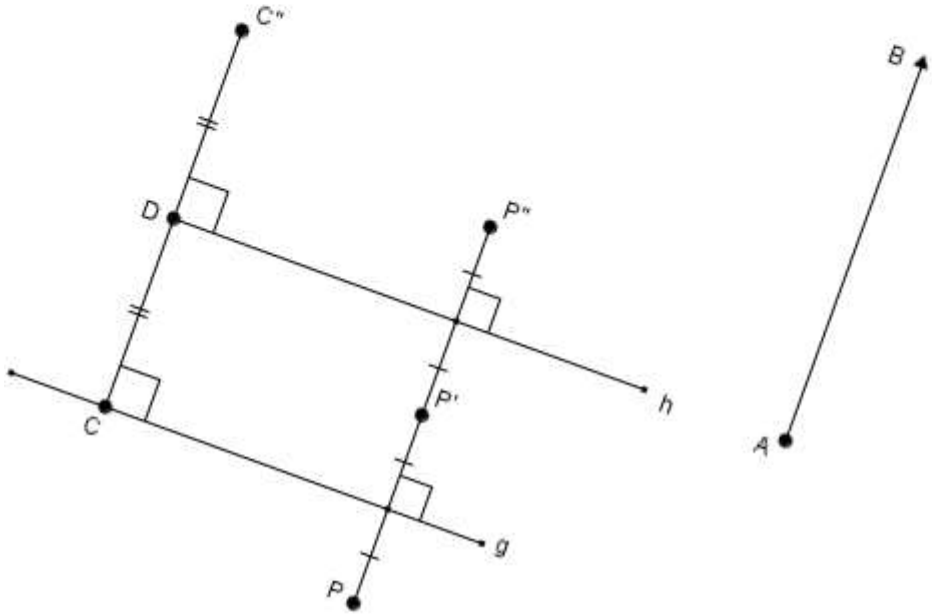
Teorema 3

Andaikan g dan h dua garis yang sejajar dan $\overrightarrow{CD}$ ruas garis berarah yang tegak lurus pada g dan h dengan $C \in g$ dan $D \in h$. Jika $\overline{AB} = 2\overline{CD}$ maka $G_{AB} = M_h M_g$.

Bukti:

Ambil sebarang titik P.

Jika $P' = G_{AB}(P)$ dan $P" = M_h M_g(P)$ maka harus dibuktikan bahwa $P' = P"$. (lihat gambar)



Gambar 2.4 Translasi adalah dua kali refleksi

Menurut definisi translasi $\overrightarrow{PP'} = \overrightarrow{AB}$.

Oleh karena $\overline{AB} = 2\overline{CD}$, maka $\overline{PP'} = 2\overline{CD}$.

Karena $C" = M_h M_g(C)$, $C \in g$, maka $C" = M_h(C)$.

Jadi D adalah titik tengah $\overline{CC"}$ sehingga $\overline{CC"} = 2\overline{CD}$.

Menurut teorema 1, $\overline{CC"} = \overline{PP"}$ maka $\overline{PP"} = 2\overline{CD} = \overline{PP'}$.

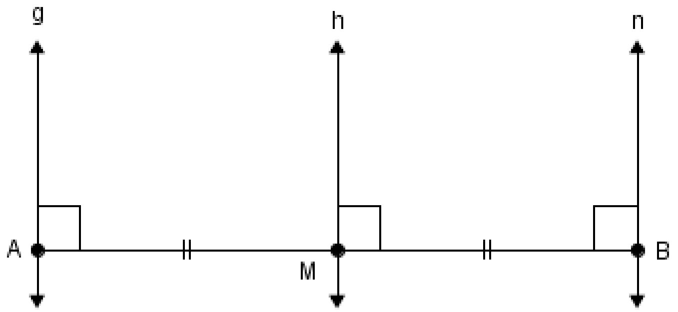
Ini berarti $P' = P"$.

Jadi $G_{AB}(P) = M_h M_g(P)$.

Karena P sebarang, maka $G_{AB} = M_h M_g$.

Akibat:

1) Jika g, h, dan n adalah garis-garis yang tegak lurus $\overline{AB}$ yang berturut-turut melalui A, M (M adalah titik tengah $\overline{AB}$), dan B maka $G_{AB} = M_h M_g = M_n M_h$.



2) Setiap translasi adalah isometri langsung

Teorema 4

Jika G_{AB} sebuah translasi maka $(G_{AB})^{-1} = G_{BA}$.

Bukti:

Oleh karena himpunan isometri-isometri merupakan subgrup dari grup transformasi-transformasi, maka setiap translasi memiliki balikan $(G_{AB})^{-1}$.

Diperoleh $G_{AB} = M_h M_g = M_n M_h$.

Sedangkan $G_{BA} = M_h M_n = M_g M_h$.

Sehingga $(G_{AB})^{-1} = (M_n M_h)^{-1} = M_h^{-1} M_n^{-1} = M_h M_n = G_{BA}$.

Jadi $(G_{AB})^{-1} = G_{BA}$.

2.2.3 Komposisi Translasi

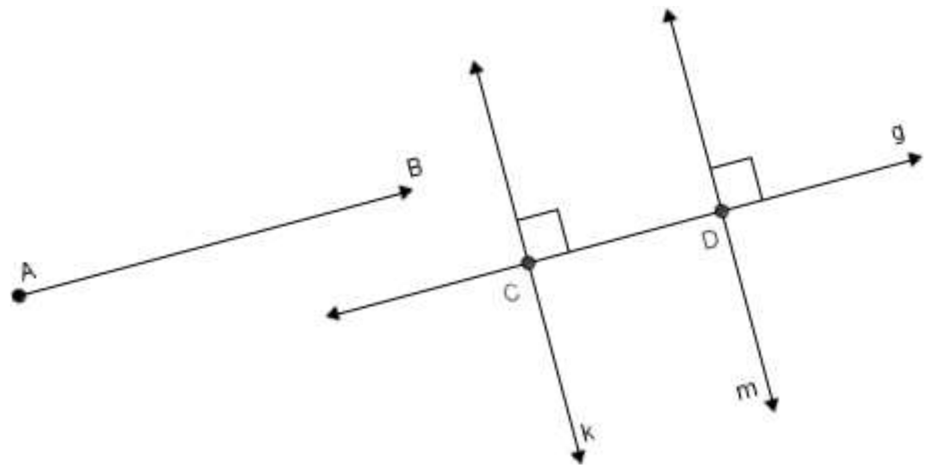
Di atas dijelaskan bahwa suatu translasi dapat dinyatakan dalam bentuk komposisi dari dua refleksi. Pada bagian ini akan diperlihatkan bahwa setiap translasi dapat diuraikan sebagai komposisi dua setengah putaran. Komposisi dari dua translasi akan berbentuk translasi juga.

Teorema 1

Jika G_{AB} sebuah translasi sedangkan C dan D adalah dua titik sehingga $\overline{AB} = 2\overline{CD}$ maka $G_{AB} = S_D S_C$.

Bukti:

Andaikan $g = \overleftrightarrow{CD}$, $k \perp g$ di C, dan $m \perp g$ di D.



Gambar 2.5 Translasi adalah dua kali setengah putaran

Diketahui bahwa $\overline{AB} = 2\overline{CD}$ maka $G_{AB} = M_m M_k$.

Jadi $S_D S_C = (M_m M_g)(M_g M_k) = M_m(M_g M_g)M_k = M_m I M_k = M_m M_k$.

Jadi $G_{AB} = S_D S_C$.

Teorema 2

Komposit suatu translasi dan suatu setengah putaran adalah suatu setengah putaran.

Bukti:

Jika G_{AB} suatu translasi dan S_C suatu setengah putaran maka $G_{AB} S_C = S_D$ dengan D titik tengah sedemikian hingga $\overline{AB} = 2\overline{CD}$.

Jadi $G_{AB}S_C = (S_D S_C)S_C = S_D(S_C S_C) = S_D I = S_D$.

Jadi $G_{AB}S_C = S_D$.

Akibat:

Jika S_A , S_B , dan S_C masing-masing adalah setengah putaran, maka $S_C S_B S_A = S_D$ dengan D sebuah titik sehingga $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$.

Bukti:

Kita peroleh berturut-turut $S_C S_B = G_{ZBC}$.

Jadi $S_C S_B S_A = G_{ZBC} S_A$.

Andaikan $G_{ZBC} S_A = S_X$ maka $2\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{AX} \Leftrightarrow \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AX}$.

Jadi $S_C S_B S_A = S_D$ sehingga $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$.

Teorema 3

Komposit dua translasi adalah translasi.

Bukti:

Misalkan G_{EF} dan G_{KH} dua buah translasi.

Andaikan $A = (a, b)$ dan $B = (c, d)$ dua buah titik sehingga $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{EF}$ dan $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{KH}$.

Ambil titik $P(x, y)$ sebarang.

Diperoleh $G_{EF}(P) = G_{OA}(P) = (x + a, y + b)$ dan $G_{KH}(P) = G_{OB}(P) = (x + c, y + d)$.

Jadi $G_{KH}G_{EF}(P) = G_{OB}G_{OA}(P) = G_{OB}[(x + a, y + b)] = [(x + a) + c, (y + b) + d] = [x + (a + c), y + (b + d)]$.

Ini berarti translasi $G_{KH}G_{EF}$membawa titik $O(0, 0)$ ke titik $(a + c, b + d)$.

Teorema 4

Jika G_{OA} sebuah translasi yang ditentukan oleh titik-titik $O(0,0)$ dan $A(a,b)$ dan T transformasi didefinisikan untuk setiap titik $P(x,y)$ sebagai $T(P) = (x+a, y+b)$, maka $T = G_{OA}$.

Bukti:

Untuk $P = (x,y), T(P) = (x+a, y+b)$.

Andaikan $G_{OA}(P) = P'$, maka $\overrightarrow{PP'} = \overrightarrow{OA}$.

Sehingga $P' = (x+a-0, y+b-0) = (x+a, y+b)$.

Jadi $T(P) = G_{OA}(P), \forall\, P \in R$.

Ini berarti $T = G_{OA}$.

2.3 Isometri

Telah dijelaskan bahwa suatu translasi pada sebuah garis adalah suatu transformasi yang mengawetkan jarak atau juga dinamakan suatu isometri. Definisi isometri menurut Susanta (1990: 23) adalah sebagai berikut: “Transformasi U adalah suatu isometri bila dan hanya bila untuk setiap pasang titik P dan Q dipenuhi $P'Q' = PQ$ dengan $P' = U(P)$ dan $Q' = U(Q)$”.

2.3.1 Isometri Langsung dan Isometri Lawan

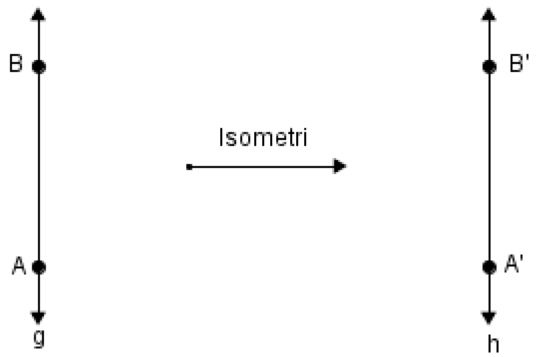
Suatu transformasi T dikatakan mengawetkan suatu orientasi, jika setiap tiga ganda titik tak segaris (P, Q, R), orientasinya sama dengan ganda tiga titik (P', Q', R') dengan $P' = T(P)$, $Q' = T(Q)$, dan $R' = T(R)$. Sedangkan suatu transformasi T dikatakan membalik suatu orientasi, jika setiap tiga ganda titik tak segaris (P, Q, R), orientasinya tidak sama dengan ganda tiga titik (P', Q', R') dengan $P' = T(P)$, $Q' = T(Q)$, dan $R' = T(R)$. Jadi suatu transformasi dinamakan isometri langsung, jika transformasi itu mengawetkan orientasi, dan dinamakan isometri lawan jika transformasi itu mengubah orientasi.

2.3.2 Teorema-teorema dalam Isometri

Teorema 1

Suatu isometri garis adalah kolineasi.

Bukti:



Gambar 2.6 Isometri garis

Ambil sebarang $A \in g$ dan $B \in g$.

Maka $T(g) = g'$, $T(A) = A'$, dan $T(B) = B'$.

Tarik garis melalui A' dan B', sebut h.

Akan dibuktikan $h = g'$.

(i) Akan dibuktikan $h \subset g'$.

Ambil $X' \in h$ sebarang.

Andaikan $(A'X'B')$ artinya $\overline{A'X'} + \overline{X'B'}$.

Karena T transformasi maka $\exists\ X \ni T(X) = X'$.

T isometri maka $\overline{AX} = \overline{A'X'}$, $\overline{XB} = \overline{X'B'}$, dan $\overline{AB} = \overline{A'B'}$.

Diperoleh $\overline{AX} + \overline{XB} = \overline{A'X'} + \overline{X'B'} = \overline{A'B'} = \overline{AB}$.

Ini berarti A, X, B segaris pada g dan juga $X' = T(X) \in g'$.

Jadi jika $X' \in h$ maka $X' \in g'$.

Jadi $h \subset g'$.

(ii) Akan dibuktikan $g' \subset h$.

Ambil $Y' \in g'$, maka $\exists\ Y \ni T(Y) = Y'$.

Andaikan (AYB) artinya $Y \in g$ dan $\overline{AY} + \overline{YB} = \overline{AB}$.

T isometri maka $\overline{A'Y'} = \overline{AY}$, $\overline{Y'B'} = \overline{YB}$, dan $\overline{A'B'} = \overline{AB}$.

Diperoleh $\overline{A'Y'} + \overline{Y'B'} = \overline{AY} + \overline{YB} = \overline{AB} = \overline{A'B'}$.

Ini berarti A', Y', B' segaris yaitu garis yang melalui A' dan B'.

Oleh karena h garis yang melalui A' dan B', maka $Y' \in h$.

Jadi jika $Y' \in g'$ maka $Y' \in h$.

Jadi $g' \subset h$.

Dari uraian di atas diperoleh $h \subset g'$ dan $g' \subset h$.

Jadi $h = g'$.

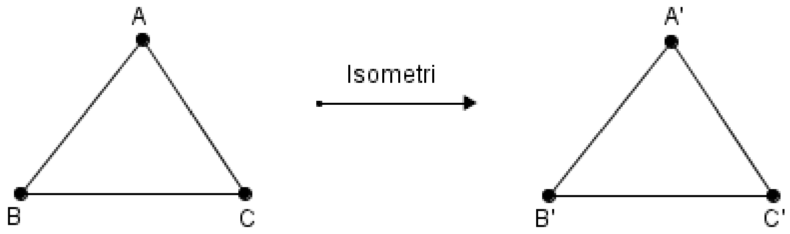
Terbukti bahwa isometri garis akan berupa garis juga.

Teorema 2

Isometri mempertahankan besar sudut antara dua garis.

Bukti:

Ambil $\angle ABC$ sebarang.



Gambar 2.7 Isometri mempertahankan besar sudut

Maka $T(A) = A'$, $T(B) = B'$, dan $T(C) = C'$.

Karena T isometri maka $\overline{AB} = \overline{A'B'}$, $\overline{BC} = \overline{B'C'}$, dan $\overline{AC} = \overline{A'C'}$.

Menurut teorema 1, maka $\overline{A'B'}$, $\overline{B'C'}$, dan $\overline{A'C'}$ berupa garis juga.

Oleh karena $\angle ABC = \overline{BA} \cup \overline{BC}$ maka $\angle A'B'C' = \overline{B'A'} \cup \overline{B'C'}$.

Karena $\overline{AB} = \overline{A'B'}$, $\overline{BC} = \overline{B'C'}$, dan $\overline{AC} = \overline{A'C'}$ maka $\Delta ABC \cong \Delta A'B'C'$.

Jadi $\angle A'B'C' = \angle ABC$.

Terbukti bahwa isometri mempertahankan besar sudut antara dua garis.

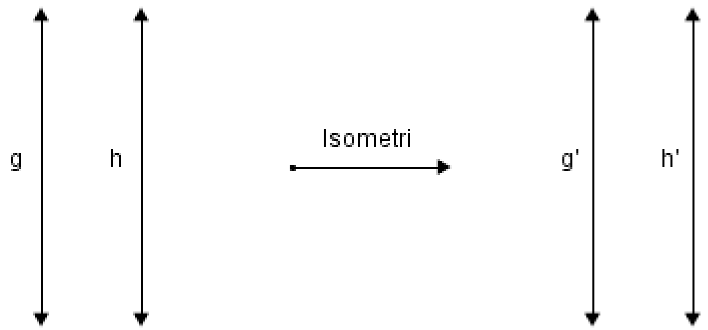
Teorema 3

Isometri mempertahankan kesejajaran dua garis.

Bukti:

Ambil sebarang dua garis sejajar, misal garis g dan garis h.

Maka $T(g) = g'$ dan $T(h) = h'$.



Gambar 2.8 Isometri mempertahankan kesejajaran garis

Andaikan $g' \nparallel h'$.

Maka g' dan h' berpotongan di sebuah titik, misal titik P'.

Jadi $P' \in g'$ dan $P' \in h'$.

Karena T transformasi maka $\forall\ P \ni T(P) = P'$ dengan $P \in g$ dan $P \in h$.

Ini berarti g dan h berpotongan di titik P.

Bertentangan dengan yang diketahui bahwa $g \parallel h$.

Jadi pengandaian $g' \nparallel h'$ salah.

Jadi haruslah $g' \parallel h'$.

Terbukti bahwa isometri mempertahankan kesejajaran dua garis.

Akibat:

Isometri adalah suatu kolineasi yang mempertahankan keantaraan (jarak), ruas garis, sinar garis, sudut, besar sudut, ketegaklurusan, dan kesejajaran. (Susanta, 1990: 25)

2.3.3 Translasi merupakan Isometri

Translasi merupakan suatu transformasi oleh garis berarah. Selanjutnya akan dibuktikan teorema bahwa translasi merupakan isometri.

Teorema.

Translasi merupakan suatu isometri

Bukti:

Misalkan G_{AB} suatu geseran.

Diberikan dua titik P dan Q.

Diperoleh $G_{AB}(P) = P'$ dan $G_{AB}(Q) = Q'$.

Ini berarti $PP' = AB$ dan $QQ' = AB$.

Diperoleh $PP' = QQ' \Leftrightarrow PQ = P'Q'$.

Akan dibuktikan $P'Q' = PQ$.

(i) Jika P, Q, dan P' tidak segaris maka $PQQ'P$ jajargenjang. sehingga $PQ = P'Q'$.

Jadi $P'Q' = PQ$.

(ii) Jika P, Q, dan P' segaris maka Q' akan terletak pada garis yang sama.

$P'Q' = PQ' - PP' = PQ + QQ' - PP' = PQ + PP' - PP' = PQ$.

Jadi $P'Q' = PQ$.

Jadi terbukti bahwa translasi merupakan suatu isometri.

Akibat:

Translasi merupakan suatu kolineasi dan mempertahankan arah garis.

2.4 Isometri Bidang

Jika diketahui dua titik A dan A' di V, maka $G_{AA'}$ merupakan isometri yang memetakan A ke A'. Selain translasi tersebut juga M_s

dengan s adalah sumbu AA', sehingga $M_s(A) = A'$. Dan juga $S_p(A) = A'$, jika P titik tengah AA'.

Teorema Ketunggalan Isometri

Diketahui tiga titik yang tidak kolinear A, B, dan C. Jika ada tiga titik lain A', B', dan C' maka terdapat dengan tunggal isometri yang memetakan A ke A', B ke B', dan C ke C'.

Bukti:

Andaikan ada 2 isometri T_1 dan T_2 sehingga

$T_1(A) = A' = T_2(A),\ T_1(B) = B' = T_2(B),\ T_1(C) = C = T_2(C)$.

T_1 dan T_2 isometri maka $AB = A'B',\ AC = A'C',\ BC = B'C'$.

Oleh karena A, B, dan C tidak kolinear maka A', B', dan C' juga tidak kolinear.

Andaikan $T_1(P) \neq T_2(P)$ dan $T_1(P) = P',\ T_2(P) = P"$ maka $AP = AP' = AP"$.

Jadi A' di sumbu $\overline{P'P"}$.

Analog untuk B' dan C' juga di sumbu $\overline{P'P"}$.

Jadi A', B', dan C' kolinear.

Ini berlawanan dengan yang diketahui yaitu A', B', dan C' tidak kolinear.

Jadi haruslah $T_1(P) = T_2(P), \forall P \in V$. Ini berarti $T_1 = T_2$.

Bahwa tidak selalu ada isometri dapat kita lihat bila $\Delta ABC \ncong A'B'C'$.

BAB 3

METODE PENELITIAN

3.1 Identifikasi Masalah

Identifikasi masalah dimulai dengan studi pustaka. Studi pustaka merupakan penelaah sumber pustaka yang relevan berupa buku-buku yang berhubungan dengan translasi bangun ruang bersisi datar pada ruang berdimensi tiga (R^3). Kemudian hasil dari studi pustaka ini digunakan untuk mengumpulkan referensi yang diperlukan dalam menyusun skripsi. Setelah sumber pustaka terkumpul, dilanjutkan dengan penelaah isi sumber pustaka tersebut. Dengan melakukan telaah pustaka dari berbagai buku referensi yang ada dan konsultasi dengan dosen pembimbing, masalah tersebut menghasilkan gagasan untuk menuliskannya dalam bentuk skripsi.

3.2 Perumusan Masalah

Perumusan masalah dinyatakan dalam bentuk pernyataan yang singkat dan jelas sehingga mudah untuk dipahami. Tahap ini dimaksud untuk memperjelas permasalahan yang telah ditemukan yaitu dengan merumuskan “Bagaimana menyatakan hasil translasi bangun ruang bersisi datar pada ruang berdimensi tiga (R^3)?”. Dalam hal ini penulis membatasi pada bangun ruang prisma dan limas.

3.3 Studi Pustaka

Dalam langkah ini dilakukan kajian sumber-sumber pustaka dengan cara mengumpulkan data atau informasi yang berkaitan dengan masalah translasi bangun ruang khususnya pada bangun ruang bersisi datar, mengumpulkan konsep pendukung yang diperlukan dalam menyelesaikan masalah tersebut. Sehingga didapatkan suatu ide mengenai bahan dasar pengembangan upaya pemecahan masalah.

3.4 Pemecahan Masalah

Pada tahap ini, dilakukan analisis terhadap permasalahan yang sudah dirumuskan dengan didasari teori dan argumentasi yang tepat. Pemecahan masalah ini meliputi penjelasan tema yang telah ditetapkan dan pembahasan mengenai masalah yang telah diungkapkan sebelumnya secara lengkap dengan landasan teori dan referensi yang ada serta konsultasi dengan dosen pembimbing. Dalam proses pemecahan masalah ini, dilakukan analisa dan pemecahan masalah yaitu dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Mengkaji definisi ruang euclid R^3
2. Mengkaji rumus umum dari translasi titik, garis dan bidang.
3. Membuktikan sifat-sifat translasi di R^3
4. Menggunakan rumus-rumus umum yang diperoleh untuk menyatakan hasil translasi bangun ruang bersisi datar pada ruang berdimensi tiga (R^3).

3.5 Penarikan Simpulan

Hasil dari pembahasan ini dituangkan dalam bentuk simpulan akhir yang menyimpulkan secara umum pemecahan masalah tersebut. Simpulan ini dijadikan sebagai hasil kajian akhir dan merupakan hasil akhir dari proses penulisan skripsi.

BAB 5

PENUTUP

5.1 Simpulan

Diilhami dari definisi R^n dan Ruang Euclid R^n, diperoleh definisi Ruang Euclid R^3 sebagai berikut:

Definisi Ruang Euclid R^3

Fungsi dari $R^3 \times R^3 \to R$ dengan rumus

$$\langle \vec{x}, \vec{y} \rangle = \sum_{k=1}^{3} x_k y_k \; ; \; \forall \langle \vec{x}, \vec{y} \rangle \in R^3 \times R^3 (\vec{x}, \vec{y} \in R^3)$$

disebut inner product, dot product, atau scalar product pada R^3. Ruang vektor R^3 yang dilengkapi dengan inner product $\langle .,. \rangle$ disebut ruang euclide R^3, dengan $R^3 \equiv \{\vec{x} = (x_1, x_2, x_3) : x_1, x_2, x_3 \in R\}$.

Suatu translasi di R^3 merupakan isometri yang mempunyai sifat-sifat sebagai berikut:

a. Translasi garis akan berupa garis lagi

b. Translasi mempertahankan besar sudut antara dua garis

c. Translasi mempertahankan kesejajaran antara dua garis

d. Translasi bidang akan berupa bidang lagi

e. Translasi mempertahankan besar sudut antara dua bidang

f. Translasi mempertahankan kesejajaran antara dua bidang

Rumus umum dalam mentranslasikan bangun ruang ada 3 cara, yaitu:

a. Rumus umum translasi titik dalam matriks

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} l \\ m \\ n \end{pmatrix}$$

b. Rumus umum translasi garis

$$g' \equiv \frac{x - (x_1 + l)}{a} = \frac{y - (y_1 + m)}{b} = \frac{z - (z_1 + n)}{c}$$

c. Rumus umum translasi bidang

$$V' \equiv A(x - l) + B(y - m) + C(z - n) + D = 0$$

$$V' \equiv \left\{\vec{x} \in R^3 : \langle \vec{n}, \vec{x} - (\vec{b} + \vec{c}) \rangle = 0\right\}$$

5.2 Saran

Pada skripsi ini hanya dibahas tentang transformasi translasi di ruang berdimensi tiga (R^3). Objek yang digambarkan hanya untuk memperjelas objek yang dibahas sehingga lebih mudah dipahami. Perluasan objek pembahasan tidak hanya pada bangun ruang bersisi datar, tetapi juga pada bangun ruang bersisi lengkung. Ruang dimensi yang digunakan juga dapat diperluas menjadi ruang berdimensi-n (R^n).

DAFTAR PUSTAKA

Anton, Howard. 1987. *Aljabar Linear Elementer* (5^{th} ed.). Translated by Silaban, P. dan Susila, I. N. Jakarta: Erlangga.

Drooyan, Irving. 1980. *Analytic Geometry*. Canada: John Wiley & Sons, Inc.

Hvidsten, Michael. 2005. *Geometry With Geometry Explorer*. New York: The McGraw-Hill Companies, Inc.

Kurnianto, Y. S. 2003. *Geometri Euclid R^n*. Skripsi. Yogyakarta: Universitas Gadjah Mada.

Kusni dan Suhito. 2002. *Geometri Transformasi*. Semarang: Universitas Negeri Semarang.

Mujahid, Muhammad. 2012. Bidang Rata Dan Garis Lurus. Tersedia di http://www.academia.edu/8923880/Handout-fix [diakses 13/09/14].

Mulyati, Sri. 2002. *Geometri Euclid*. Malang: JICA.

Purcell, E. J. dan D. Varberg. 1987. *Kalkulus Dan Geometri Analitis* (5^{th} ed.). Jilid 1 dan 2. Translated by Susila, I. N. et al. Jakarta: Erlangga.

Rawuh. 1994. *Geometri Transformasi*. Bandung: Depdikbud.

Sriwasito, Putut. 2007. *Bidang Dan Garis*. Semarang: Universitas Diponegoro.

Susanta, B. 1990. *Geometri Transformasi*. Jogjakarta: Universitas Gadjah Mada.

Varberg, D. et al. 2008. *Kalkulus Edisi Kesembilan*. Jilid 1 dan 2. Translated by Susila, I. N. Jakarta: Erlangga.

Wallace, E. C. and S. F. West. 1992. *Roads to Geometry*. America: Prentice-Hall, Inc.

KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN
UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
Gedung D7, Kampus Sekaran, Gunungpati, Semarang 50229
Telepon: 0248508032
Laman: matematika.unnes.ac.id, surel: matematika@unnes.ac.id

No. : 6377/UN37.1.4/KM/2015
Lamp. :
Hal : Surat Tugas Panitia Ujian Sarjana

Dengan ini kami tetapkan bahwa ujian Sarjana Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam UNNES untuk jurusan Matematika adalah sebagai berikut:

I. Susunan Panitia Ujian:

a. Ketua	: Prof. Dr. Wiyanto, M.Si.
b. Sekretaris	: Drs Arief Agoestanto, M.Si
c. Pembimbing Utama	: Drs Suhito, M.Pd
d. Penguji	: 1. Hery Sutarto, S.Pd., M.Pd.
	: 2. Ardhi Prabowo, S.Pd., M.Pd.

II. Calon yang diuji:

Nama	: MOHAMMAD YUSUF GUNTARI
NIM/Jurusan/Program Studi	: 4111410044/Matematika /Matematika, S1
Judul Skripsi	: TRANSLASI BANGUN RUANG BERSISI DATAR PADA RUANG BERDIMENSI TIGA (R3)

II. Waktu dan Tempat Ujian:

Hari/Tanggal	: Selasa / 14 Juli 2015
Jam	: 08:00:00
Tempat	: D10 Lt 2
Pakaian	: ....

Semarang, 10 Juli 2015
Dekan,

Prof. Dr. Wiyanto, M.Si.
NIP. 196310121988031001

Tembusan
1. Ketua Jurusan Matematika
2. Calon yang diuji

4111410044

KEPUTUSAN
DEKAN FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG
Nomor: 448/P/2014
Tentang
PENETAPAN DOSEN PEMBIMBING SKRIPSI/TUGAS AKHIR SEMESTER GASAL/GENAP
TAHUN AKADEMIK 2013/2014

Menimbang : Bahwa untuk memperlancar mahasiswa Jurusan/Prodi Matematika/Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam membuat Skripsi/Tugas Akhir, maka perlu menetapkan Dosen-dosen Jurusan/Prodi Matematika/Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam UNNES untuk menjadi pembimbing.

Mengingat :
1. Undang-undang No.20 Tahun 2003 tentang Sistem Pendidikan Nasional (Tambahan Lembaran Negara RI No.4301, penjelasan atas Lembaran Negara RI Tahun 2003, Nomor 78)
2. Peraturan Rektor No. 21 Tahun 2011 tentang Sistem Informasi Skripsi UNNES
3. SK. Rektor UNNES No. 164/O/2004 tentang Pedoman penyusunan Skripsi/Tugas Akhir Mahasiswa Strata Satu (S1) UNNES;
4. SK Rektor UNNES No.162/O/2004 tentang penyelenggaraan Pendidikan UNNES;

Menimbang : Usulan Ketua Jurusan/Prodi Matematika/Matematika Tanggal 9 Juni 2014

MEMUTUSKAN

Menetapkan :

PERTAMA : Menunjuk dan menugaskan kepada:

Nama : Drs Suhito, M.Pd
NIP : 195311031976121001
Pangkat/Golongan : IV/C
Jabatan Akademik : Lektor Kepala
Sebagai Pembimbing

Untuk membimbing mahasiswa penyusun skripsi/Tugas Akhir :

Nama : MOHAMMAD YUSUF GUNTARI
NIM : 4111410044
Jurusan/Prodi : Matematika/Matematika
Topik : TRANSLASI BANGUN RUANG BERSISI DATAR PADA RUANG BERDIMENSI TIGA (R3)

KEDUA : Keputusan ini mulai berlaku sejak tanggal ditetapkan.

DITETAPKAN DI : SEMARANG
PADA TANGGAL : 24 Juni 2014
DEKAN

Prof. Dr. Wiyanto, M.Si.
NIP 196310121988031001

Tembusan
1. Pembantu Dekan Bidang Akademik
2. Ketua Jurusan
3. Petinggal

4111410044
FM-03-AKD-24/Rev. 00