

**PENGOPTIMALAN JARINGAN AIR BERSIH DI
KECAMATAN JATIBARANG KABUPATEN BREBES
MENGUNAKAN ALGORITMA PRIM DENGAN PROGRAM
MAPLE**

SKRIPSI

**Disusun dalam Rangka Menyelesaikan Studi Strata 1 untuk Memperoleh
Gelar Sarjana Sains**



Oleh:

Nama : Dian Nataria Oktaviani
NIM : 4150403536
Program Studi : Matematika, S1

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG**

2007

ABSTRAK

Dian Nataria Oktaviani, 2007, Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Semarang. *Pengoptimalan Jaringan Air Bersih di Kecamatan Jatibarang Kabupaten Brebes Menggunakan Algoritma Prim dengan Program Maple.*

Berdasarkan konsensus MDG (*Millineum Development Goal*) untuk tahun 2015 kebutuhan air bersih di Kabupaten Brebes minimal untuk wilayah perkotaan adalah 80% dan wilayah pedesaan 60%, nampak bahwa tingkat kebutuhan masih jauh dari yang diharapkan, sehingga di tahun-tahun yang akan datang diperlukan program yang secara strategis mampu mendekati standar pelayanan minimal tersebut. Untuk mengatasi hal tersebut pemerintah Kabupaten Brebes telah melakukan koordinasi dengan pengelola Sungai Kaligiri. Di mana pembangunan jaringan distribusi air tersebut membutuhkan biaya yang sangat besar sehingga tidak mungkin dibiayai dari dana APBD Kabupaten Brebes. Sebagaimana diketahui kemampuan anggaran pembangunan Kabupaten Brebes jumlahnya terbatas. Dalam memecahkan permasalahan jaringan air bersih di Kecamatan Jatibarang Kabupaten Brebes, yang merupakan masalah minimasi dari transportasi yang akan direpresentasikan dan diselesaikan sebagai suatu jaringan yang biasa disebut pohon rentang minimum digunakan program *Maple* sebagai simulasinya dan aplikasinya dalam memecahkan masalah pohon rentang minimum, sehingga permasalahan dapat diselesaikan dengan lebih cepat, efisien, dan akurat. Permasalahan dalam penelitian ini adalah menentukan model pendistribusian air bersih di Kecamatan Jatibarang Kabupaten Brebes dengan program *Maple* dan menentukan penyelesaian optimal pendistribusian air bersih di Kecamatan Jatibarang Kabupaten Brebes dengan menggunakan algoritma Prim dan bantuan program *Maple*. Tujuan dalam penelitian ini adalah mengetahui model pendistribusian air bersih di Kecamatan Jatibarang Kabupaten Brebes dengan program *Maple* dan mengetahui penyelesaian optimal pendistribusian air bersih di Kecamatan Jatibarang Kabupaten Brebes dengan menggunakan algoritma Prim dan bantuan program *Maple*.

Teori-teori yang mendasari penelitian ini adalah riset operasi, model jaringan, menentukan jarak minimum dengan pohon rentang minimum (*minimal spanning tree*), algoritma Prim, program *Maple* pada jaringan, yaitu aplikasi program *Maple* terhadap pohon rentang minimum dari jaringan distribusi air Kecamatan Jatibarang Kabupaten Brebes.

Metode atau langkah-langkah yang digunakan dalam penelitian ini adalah menemukan masalah, merumuskan masalah, pengambilan data, pembentukan model, analisis dan pemecahan masalah, penarikan kesimpulan.

Berdasarkan data-data yang diperoleh dari PDAM Kabupaten Brebes, yaitu berupa peta wilayah Kecamatan Jatibarang, Kabupaten Brebes beserta panjang pipa distribusi kemudian dibuat gambar jaringan dari pendistribusian air, setelah itu berdasarkan gambar jaringan tersebut dibuat daftar program *Maple*

untuk menemukan pohon rentang minimum dan jarak minimum distribusi air ke Jatibarang, Kabupaten Brebes sehingga diperoleh nilai 8324,4 m, yang merupakan tujuan dari permasalahan ini. Selain dengan menggunakan *Maple* penulis juga melakukan perhitungan dengan menggunakan algoritma Prim yang ternyata juga menghasilkan nilai yang sama yaitu 8324,4 m. Artinya panjang pipa yang dibutuhkan dari sumber Sungai Kaligiri sampai tujuan adalah 8324,4 m.

Dari hasil perhitungan baik dengan menggunakan program *Maple* maupun dengan algoritma Prim menghasilkan nilai yang sama, ini berarti bahwa perhitungan pohon rentang minimum ini mengakibatkan penghematan penggunaan pipa distribusi sepanjang 459 m yang berasal dari pengurangan panjang sebelumnya yaitu 8783,4 m dengan hasil perhitungan.

Dalam pembuatan gambar jaringan distribusi air hendaknya dibuat sejelas mungkin sehingga tidak terjadi kesalahan dalam membuat daftar program *Maple* dalam mengoperasikan program *Maple* haruslah lebih teliti agar hasil yang diinginkan tercapai. Dengan menggunakan program *Maple* ini, semoga memberikan sumbangan ide kepada PDAM Kabupaten Brebes dalam penentuan kebijakan pemasangan pipa distribusi air sehingga dapat meminimumkan biaya operasional pemasangan pipa.

HALAMAN PENGESAHAN

Pengoptimalan Jaringan Air Bersih di Kecamatan Jatibarang Kabupaten Brebes Menggunakan Algoritma Prim dengan Program *Maple*

Telah dipertahankan di hadapan sidang panitia ujian skripsi Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam pada:

Hari : Rabu

Tanggal : 29 Agustus 2007

Panitia Ujian

Ketua,

Drs. Kasmadi Imam, S.M.Si
NIP. 130781011

Pembimbing Utama,

Isnaini Rosyida, S.Si, M.Si.
NIP. 132205927

Pembimbing Pendamping,

Drs. Mashuri, M. Si
NIP. 131993875

Sekretaris,

Drs. Supriyono, M.Si
NIP. 130815345

Ketua Penguji,

Drs. Amin Suyitno, M.Pd
NIP. 130604211

Anggota Penguji,

Isnaini Rosyida, S.Si, M.Si
NIP. 132205927

Anggota Penguji,

Drs. Mashuri, M. Si
NIP. 131993875

MOTTO DAN PERSEMBAHAN

MOTTO

- ❖ Jika Allah menolong kamu, maka tidak ada yang dapat mengalahkan kamu dan jika Allah mau mengalahkan kamu, maka siapakah yang akan menolong kamu selain daripada Allah? Dan kepada Allah-lah hendaknya orang-orang mu'min itu bertawakkal. (QS: Al Imran:160).
- ❖ Jika kita menyerah pada keputus asaan, kita tidak akan berbuat sesuatupun dan tidak akan meraih kebahagiaan
- ❖ Jangan kita mengeluh jika suatu hari mengalami kesulitan, karena sesungguhnya kita pun pernah mengalami kemudahan dalam waktu yang cukup lama.
- ❖ Belajarlah untuk menghayati hal-hal yang menakutkan, niscaya rasa takut itu akan sirna.
- ❖ Jika kita melakukan berbagai kekeliruan pada masa lalu, jadikanlah hal itu sebagai pelajaran, kemudian jangan kita ulangi lagi sesudah mengambil pelajaran darinya.
- ❖ Bersabarlah menghadapi manis dan pahitnya masa, karena sesungguhnya membiasakan diri untuk bersabar lebih mendorong untuk bersikap bijak.
- ❖ Orang berakal tidak akan bosan untuk meraih manfaat berpikir, tidak putus asa dalam menghadapi keadaan, dan tidak akan pernah berhenti dari berpikir dan berusaha.

PERSEMBAHAN:

- ✠ Bapak dan Ibu tercinta
- ✠ Kakaku tersayang, Mas
Edi+Mas Gondo
- ✠ Guru Spritualku, Mba Fajar;
and *My Family* Cici Cs
- ✠ Terkasihku, Herni and Mba Aya
- ✠ Teman Seperjuanganku, Mba
Luluk and Arini, Shohifah, Olie.
- ✠ Warga Ar Royan, Kost NU
- ✠ Teman jihadku

MOTTO DAN PERSEMBAHAN

MOTTO

- ❖ Jika Allah menolong kamu, maka tidak ada yang dapat mengalahkan kamu dan jika Allah mau mengalahkan kamu, maka siapakah yang akan menolong kamu selain daripada Allah? Dan kepada Allah-lah hendaknya orang-orang mu'min itu bertawakkal. (QS: Al Imran:160).
- ❖ Jika kita menyerah pada keputusan, kita tidak akan berbuat sesuatupun dan tidak akan meraih kebahagiaan
- ❖ Jangan kita mengeluh jika suatu hari mengalami kesulitan, karena sesungguhnya kita pernah mengalami kemudahan dalam waktu yang cukup lama.
- ❖ Belajarlah untuk menghayati hal-hal yang menakutkan, niscaya rasa takut itu akan sirna.
- ❖ Jika kita melakukan berbagai kekeliruan pada masa lalu, jadikanlah hal itu sebagai pelajaran, kemudian jangan kita ulangi lagi sesudah mengambil pelajaran darinya.
- ❖ Bersabarlah menghadapi manis dan pahitnya masa, karena sesungguhnya membiasakan diri untuk bersabar lebih mendorong untuk bersikap bijak.
- ❖ Orang berakal tidak akan bosan untuk meraih manfaat berpikir, tidak putus asa dalam menghadapi keadaan, dan tidak akan pernah berhenti dari berpikir dan berusaha.

PERSEMBAHAN:

- ♥ Bapak dan Ibu tercinta
- ♥ Kakakku tersayang, Mas Edi+Mas Gondo
- ♥ Guru Spritualku, Mba Fajar; and *My Family Cici Cs*
- ♥ Terkasihku, Herni and Mba Aya
- ♥ Teman Seperjuanganku, Mba Luluk and Arini, 2 Ifah
- ♥ *My Best Friend*, Retno Priliyajati and Soliah
- ♥ Warga Ar Royan, Kost NU
- ♥ Teman jihadku

KATA PENGANTAR

Segala puji bagi Allah SWT yang telah memberikan limpahan rahmat dan hidayah-Nya, sehingga penulis memperoleh kekuatan untuk menyelesaikan skripsi ini.

Dalam kesempatan ini penulis menghaturkan terima kasih yang tak terhingga kepada:

1. Dr. Sudijono Sastroatmodjo, M.Si. Rektor Universitas Negeri Semarang.
2. Drs. Kasmadi Imam S., M.S, Dekan FMIPA Universitas Negeri Semarang.
3. Drs. Supriyono, M. Si, Ketua Jurusan Matematika Universitas Negeri Semarang
4. Isnaini Rosyida, S.Si, M.Si, Dosen Pembimbing I yang penuh keikhlasan mengarahkan dan membimbing penulis dalam menyusun skripsi ini dari awal hingga akhir.
5. Drs. Mashuri, M. Si Dosen Pembimbing II yang penuh keikhlasan mengarahkan dan membimbing penulis dalam menyusun skripsi ini dari awal hingga akhir.
6. Pimpinan PDAM Kabupaten Brebes yang telah memberikan ijin kepada penulis untuk melakukan penelitian.
7. Drs. Sri Tono, Kepala Bagian Teknisi PDAM Kabupaten Brebes yang telah memberikan pengarahan kepada penulis dalam penyusunan skripsi ini.
8. Teman-teman Matematika Angkatan 2003 yang telah memberikan dukungannya hingga terselesaikannya skripsi ini.

Semoga Allah SWT senantiasa memberikan balasan atas bantuan dan amal baiknya.

Penulis berharap semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi para pembaca.

Semarang, Agustus 2007

Penulis

DAFTAR ISI

| | |
|-----------------------------|------|
| HALAMAN JUDUL..... | i |
| ABSTRAK..... | ii |
| HALAMAN PENGESAHAN..... | iv |
| MOTTO DAN PERSEMBAHAN..... | v |
| KATA PENGANTAR | vi |
| DAFTAR ISI..... | viii |
| DAFTAR TABEL | x |
| DAFTAR GAMBAR | xi |
| DAFTAR LAMPIRAN | xiii |
| BAB I PENDAHULUAN..... | 1 |
| A. Latar Belakang..... | 1 |
| B. Permasalahan..... | 4 |
| C. Pembatasan Masalah..... | 4 |
| D. Tujuan..... | 4 |
| E. Manfaat..... | 4 |
| F. Sistematika Skripsi..... | 5 |
| BAB II LANDASAN TEORI..... | 7 |
| A. Riset Operasi..... | 7 |
| B. Model Jaringan..... | 11 |

| | | |
|----------|--|----|
| C. | Menentukan Jarak Minimum dengan Pohon Rentang Minimum (<i>Minimal Spanning Tree</i>)..... | 16 |
| D. | Algoritma Prim | 23 |
| E. | Program <i>Maple</i> | 26 |
| F. | Aplikasi <i>Maple</i> Pada Jaringan..... | 29 |
| BAB III | METODE PENELITIAN..... | 33 |
| A. | Menemukan Masalah..... | 33 |
| B. | Merumuskan Masalah | 33 |
| C. | Pengambilan Data | 33 |
| D. | Pembentukan Model | 34 |
| E. | Analisis dan Pemecahan Masalah..... | 34 |
| F. | Penarikan Kesimpulan | 34 |
| BAB IV | HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN..... | 35 |
| A. | Hasil Penelitian..... | 35 |
| B. | Pembahasa..... | 39 |
| BAB V | PENUTUP..... | 49 |
| A. | Simpulan..... | 49 |
| B. | Saran..... | 50 |
| DAFTAR | PUSTAKA..... | 52 |
| LAMPIRAN | | 53 |

DAFTAR TABEL

| | |
|---|----|
| Tabel 1: Tabel Iterasi..... | 30 |
| Tabel 2: Daftar Distribusi Air di Kecamatan Jatibarang Kabupaten Brebes..... | 59 |
| Tabel 3: Tabel Iterasi Pohon Rentang Minimum dari Pendistribusian Air di Kecamatan Jatibarang Kabupaten Brebes..... | 51 |

DAFTAR GAMBAR

| | |
|--|----|
| Gambar 1: Jaringan..... | 13 |
| Gambar 2: Jalan..... | 17 |
| Gambar 3: Jejak..... | 17 |
| Gambar 4: Jejak Tertutup..... | 17 |
| Gambar 5: Lintasan..... | 18 |
| Gambar 6: Siklus..... | 18 |
| Gambar 7: Pohon..... | 18 |
| Gambar 8: Saluran Telepon..... | 22 |
| Gambar 9: Graf G' | 23 |
| Gambar 10: Graf G'' | 24 |
| Gambar 11: Graf G''' | 24 |
| Gambar12 : Graf G^{iv} | 25 |
| Gambar13 : Graf G^v | 25 |
| Gambar 14: Pohon Rentang Minimum..... | 27 |
| Gambar 15: <i>Maple Worksheet</i> | 32 |
| Gambar 16: Graf G_1 | 37 |
| Gambar 17: Jaringan Distribusi Air Bersih di Kecamatan Jatibarang Kabupaten Brebes..... | 41 |
| Gambar 18: Pohon Rentang Minimum Distribusi Air Bersih di Kecamatan Jatibarang Kabupaten Brebes..... | 43 |

DAFTAR LAMPIRAN

| | |
|---|----|
| Lampiran 1: Jatibarang <i>Distribution System</i> | 58 |
| Lampiran 2: Tabel 2..... | 59 |
| Lampiran 3: Daftar Program <i>Maple</i> | 61 |
| Lampiran 4: Daftar Program <i>Maple</i> Revisi..... | 65 |
| Lampiran 5: Usulan Pembimbing..... | 68 |
| Lampiran 6: Permohonan Ijin Penelitian..... | 69 |
| Lampiran 7: Ijin <i>Research/survey</i> | 70 |

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang Masalah

Jaringan kerja muncul pada sejumlah perencanaan dan dalam berbagai bidang. Jaringan transportasi, listrik dan komunikasi merupakan sesuatu yang dijumpai dalam kehidupan sehari-hari. Persoalan-persoalan transportasi atau distribusi yang berkaitan dengan masalah pengiriman komoditas dari suatu sumber ke suatu tujuan dengan ongkos transportasi minimum, ternyata model transportasi ini dapat juga direpresentasikan dan diselesaikan sebagai suatu jaringan. Suatu jaringan kerja terdiri atas suatu gugus titik dan sisi yang menghubungkan pasangan titik tertentu.

Persoalan penting dalam jaringan kerja terdiri atas : 1) persoalan rute terpendek (*shortest route*), 2) persoalan minimasi jaringan atau pohon rentang minimum, 3) persoalan aliran maksimum (*maximal flow*).

Persoalan rute terpendek merupakan lintasan dengan bobot yang minimum. Bobot disini dapat berupa jarak, waktu tempuh atau ongkos transportasi dari satu titik ke titik lainnya yang berbentuk rute tertentu. Sedangkan persoalan pohon rentang minimum merupakan variasi dari persoalan rute terpendek yang perbedaannya terletak pada lintasan yang dicari, yaitu menentukan sisi-sisi yang menghubungkan titik-titik yang ada pada jaringan sehingga diperoleh panjang sisi total yang minimum.

Masalah pohon rentang minimum ini memiliki sejumlah penerapan praktis yang penting. Sebagai contoh, menentukan jalur transportasi apa yang harus disediakan untuk melayani seluruh lokasi dengan total biaya yang paling minimum. Contoh ini bisa berkaitan dengan jaringan kerja komunikasi dalam skala luas atau jaringan kerja distribusi. Keduanya merupakan suatu area penerapan yang penting.

Seiring dengan perkembangan ilmu dan teknologi masalah riset operasi pada tahun-tahun terakhir ini mencapai kemajuan yang luar biasa, baik dalam metodologi maupun dalam penerapan model-model optimasi jaringan kerja. Sejumlah terobosan algoritma pada tahun 70-an dan 80-an telah menimbulkan pengaruh yang besar, dengan adanya gagasan-gagasan yang berasal dari ilmu komputer yang berkenaan dengan struktur data dan manipulasi data yang efisien. Akibatnya, algoritma dan perangkat lunak kini tersedia dan memang digunakan untuk menyelesaikan banyak masalah yang merupakan masalah yang tidak terpecahkan beberapa dekade yang lalu (Hillier,1990:336).

Penulis memilih penelitian di Kecamatan Jatibarang Kabupaten Brebes karena kuantitas air yang diterima pelanggan sangat terbatas dan ada beberapa zona yang tidak terlayani serta menurut konsensus MDG (*Millineum Development Goal*) untuk tahun 2015 kebutuhan air bersih di Kabupaten Brebes minimal untuk wilayah perkotaan adalah 80% dan wilayah pedesaan 60%. Berdasarkan konsensus tersebut nampak bahwa tingkat kebutuhan masih jauh dari yang diharapkan, sehingga di tahun-tahun yang akan datang diperlukan program yang secara strategis mampu mendekati standar pelayanan

minimal tersebut. Untuk mengatasi hal tersebut pemerintah Kabupaten Brebes telah melakukan koordinasi dengan pengelola Sungai Kaligiri. Pembangunan jaringan pipa tersebut membutuhkan biaya yang sangat besar sehingga tidak mungkin dibiayai dari dana APBD Kabupaten Brebes. Sebagaimana diketahui kemampuan anggaran pembangunan Kabupaten Brebes jumlahnya terbatas, dengan berbagai prioritas pembangunan yang harus ditangani (Anonim, 2006:1). Sehingga diperlukan perencanaan dalam membuat jaringan air bersih agar biaya yang digunakan seminimal mungkin. Berawal dari hal tersebut maka penulis tertarik untuk mempelajari program komputer yang berkaitan dengan pemecahan masalah jaringan air bersih di Kecamatan Jatibarang Kabupaten Brebes, yang merupakan masalah minimasi dari transportasi yang akan direpresentasikan dan diselesaikan sebagai suatu jaringan yang biasa disebut pohon rentang minimum. Dalam hal ini penulis memecahkan permasalahan di atas menggunakan program *Maple* sebagai simulasinya, dimana program *Maple* memiliki kelebihan dalam memvisualisasikan bentuk dari suatu jaringan dan aplikasinya dalam memecahkan masalah pohon rentang minimum, sehingga permasalahan dapat diselesaikan dengan lebih cepat, efisien dan akurat.

Terdapat 2 algoritma untuk menyelesaikan pohon rentang minimum yaitu algoritma Prim dan algoritma Kruskal. Adapun metode yang dipakai dalam kajian ini adalah algoritma Prim dengan simulasi program *Maple* untuk memecahkan permasalahan pendistribusian jaringan air bersih di Kecamatan Jatibarang Kabupaten Brebes.

B. Permasalahan

1. Bagaimana menentukan model pendistribusian air bersih di Kecamatan Jatibarang Kabupaten Brebes dengan menggunakan program *Maple*?
2. Bagaimana menentukan penyelesaian optimal pendistribusian air bersih di Kecamatan Jatibarang Kabupaten Brebes dengan menggunakan algoritma Prim dan bantuan program *Maple*?

C. Pembatasan Masalah

Dalam penyusunan skripsi ini, penulis membahas tentang penentuan jarak minimum pendistribusian air bersih di Kecamatan Jatibarang Kabupaten Brebes yang akan diselesaikan dengan pohon rentang minimum.

D. Tujuan

1. Menentukan model pendistribusian air bersih di Kecamatan Jatibarang Kabupaten Brebes dengan menggunakan program *Maple*.
2. Menentukan penyelesaian optimal pendistribusian air bersih di Kecamatan Jatibarang Kabupaten Brebes dengan menggunakan algoritma Prim dan bantuan program *Maple*.

E. Manfaat

1. Diharapkan dapat menambah wawasan dan pengetahuan tentang pendistribusian atau transportasi dalam suatu jaringan.

2. Dapat menerapkan algoritma Prim dalam menyelesaikan jaringan transportasi.
3. Dapat menerapkan program *Maple* dalam penyelesaian jaringan transportasi.
4. Sebagai bahan pertimbangan dalam pengambilan keputusan tentang penggunaan biaya seminimal mungkin dalam perluasan jaringan transportasi.

F. Sistematika Skripsi

Sistematika penulisan berguna untuk memudahkan dalam memahami jalan pemikiran secara keseluruhan skripsi penulisan skripsi ini secara garis besar dibagi menjadi tiga bagian yaitu sebagai berikut:

1. Bagian Awal Skripsi

Bagian ini berasal halaman judul, abstrak, halaman pengesahan, halaman motto dan persembahan, kata pengantar, daftar isi, daftar tabel, daftar gambar dan daftar lampiran.

2. Bagian Isi Skripsi

Bagian ini berisikan 5 bab, yaitu:

a. Bab I. Pendahuluan

Berisi tentang gambaran secara global tentang isi skripsi yaitu latar belakang masalah, permasalahan, pembatasan masalah, tujuan dan manfaat penelitian serta sistematika skripsi.

b. Bab II. Landasan Teori

Landasan teori akan menguraikan tentang definisi maupun pemikiran-pemikiran yang dijadikan kerangka teoritis dalam mendasari pemecahan dari permasalahan dalam penelitian ini yaitu masalah penentuan optimal pendistribusian air bersih di Kecamatan Jatibarang Kabupaten Brebes. Bagian ini dibagi menjadi beberapa sub bab yaitu riset operasi, model jaringan, menentukan jarak minimum dengan pohon rentang minimum (*minimal spanning tree*), algoritma Prim, program *Maple*, aplikasi *Maple* pada jaringan.

c. Bab III. Metode Penelitian

Bab ini menguraikan langkah-langkah kerja yang akan ditempuh, meliputi menemukan masalah, merumuskan masalah, pengambilan data, pembentukan model, analisis dan pemecahan masalah, penarikan simpulan.

d. Bab IV. Hasil Penelitian dan Pembahasan

Bab ini berisi pembahasan dari permasalahan yang dikemukakan. Bab ini dibagi menjadi dua sub bab, yaitu hasil penelitian dan pembahasan. Hasil penelitian berisi hasil perhitungan dan analisis data yang diperoleh dari studi pustaka maupun pemecahan kasus penentuan optimal pendistribusian air bersih di Kecamatan Jatibarang Kabupaten Brebes yang kemudian akan dibandingkan dengan hasil serta analisis dengan menggunakan program *Maple*. Pada pembahasan berisi analisis

yang dipergunakan PDAM Kabupaten Brebes yang akan dibandingkan dengan analisis penulis.

e. Bab V. Penutup

Pada bab ini dikemukakan simpulan dan saran.

3. Bagian Akhir Skripsi

Bagian ini berisikan daftar pustaka dan lampiran.

BAB II

LANDASAN TEORI

A. Riset Operasi

Riset operasi yang berasal dari Inggris merupakan suatu hasil studi operasi-operasi militer selama Perang Dunia II. Setelah perang selesai, potensi komersialnya segera disadari dan pengembangannya telah menyebar dengan cepat di Amerika Serikat, di mana ia lebih dikenal dengan riset operasi atau *Operations Research* (disingkat OR). Kini OR banyak diterapkan dalam menyelesaikan masalah-masalah manajemen untuk meningkatkan produktivitas atau efisiensi, namun tidak jarang perusahaan-perusahaan yang melaporkan kegagalan dalam penerapan OR karena bermacam-macam alasan, seperti biaya aplikasi yang lebih besar dari manfaat yang diperoleh, persoalan yang terlalu rumit, atau ketiadaan ahli OR. Dalam literatur manajemen, OR sering dinamakan sebagai *Management Science* (Mulyono,2002:2). Secara harfiah kata *operations* dapat didefinisikan sebagai tindakan-tindakan yang diterapkan pada beberapa masalah atau hipotesa. Sementara kata *research* adalah suatu proses yang terorganisasi dalam mencari kebenaran akan masalah atau hipotesa tadi. Kenyataannya, sangat sulit untuk mendefinisikan OR, terutama karena batas-batasnya tidak jelas. OR memiliki bermacam-macam penjelasan, namun hanya beberapa yang biasa digunakan dan diterima secara umum.

Riset operasi adalah penerapan metode-metode ilmiah terhadap masalah-masalah rumit yang muncul dalam pengarahannya dan pengelolaan dari suatu sistem besar yang terdiri dari manusia, mesin, bahan dan uang dalam industri, bisnis, pemerintahan dan pertahanan. Pendekatan khusus ini bertujuan membentuk suatu model ilmiah dari sistem, menggabungkan ukuran-ukuran faktor-faktor seperti kesempatan dan risiko, untuk meramalkan dan membandingkan hasil-hasil dari beberapa keputusan, strategi atau pengawasan. Tujuannya adalah membantu pengambil keputusan menentukan kebijaksanaan dan tindakannya secara ilmiah.

Riset operasi berkaitan dengan menentukan pilihan secara ilmiah bagaimana merancang dan menjalankan sistem manusia-mesin secara terbaik, biasanya membutuhkan alokasi sumber daya yang langka.

OR adalah seni memberikan jawaban buruk terhadap masalah-masalah, yang jika tidak, memiliki jawaban yang lebih buruk.

OR adalah pendekatan dalam pengambilan keputusan yang ditandai dengan penggunaan pengetahuan ilmiah melalui usaha kelompok antar disiplin yang bertujuan menentukan penggunaan terbaik sumber daya yang terbatas.

OR, dalam arti luas, dapat diartikan sebagai penerapan metode-metode, teknik-teknik, dan alat-alat terhadap masalah-masalah yang menyangkut operasi-operasi dari sistem-sistem, sedemikian rupa memberikan penyelesaian optimal.

(Mulyono,2002:2-5)

Tahap-Tahap Dalam Riset Operasi

Pembentukan model yang cocok hanyalah salah satu tahap dari aplikasi OR. Pola dasar penerapan OR terhadap suatu masalah dapat dipisahkan menjadi beberapa tahap.

a. Merumuskan masalah

Sebelum solusi terhadap suatu persoalan dipikirkan, pertama kali suatu definisi persoalan yang tepat harus dirumuskan. Sering dilaporkan oleh organisasi-organisasi bahwa kegagalan dalam penyelesaian masalah diakibatkan karena kesalahan mendefinisikan persoalan. Dalam perumusan masalah ini ada tiga pertanyaan penting yang harus dijawab:

- 1) variabel keputusan yaitu unsur-unsur dalam persoalan yang dapat dikendalikan oleh pengambil keputusan. Ia sering disebut sebagai instrumen.
- 2) tujuan (*objective*). Penetapan tujuan membantu pengambil keputusan memusatkan perhatian pada persoalan dan pengaruhnya terhadap organisasi. Tujuan ini diekspresikan dalam variabel keputusan.
- 3) kendala (*constrain*) adalah pembatas-pembatas terhadap alternatif tindakan yang tersedia.

b. Pembentukan Model

Sesuai dengan definisi persoalannya, pengambil keputusan menentukan model yang paling cocok untuk mewakili sistem. Model merupakan ekspresi kuantitatif dari tujuan dan kendala-kendala persoalan dalam variabel keputusan. Jika model yang dihasilkan cocok dengan salah satu

model matematik yang biasa (misalnya linier), maka solusinya dapat dengan mudah diperoleh dengan program linier. Jika hubungan matematik model begitu rumit untuk penerapan solusi analitik, maka suatu model probabilitas mungkin lebih cocok. Beberapa kasus membutuhkan penggunaan kombinasi model matematik dan probabilitas. Ini tentu saja tergantung pada sifat-sifat dan kerumitan sistem yang dipelajari. Model yang lain yang dapat digunakan adalah model jaringan.

c. Mencari penyelesaian masalah

Pada tahap ini bermacam-macam teknik dan metode solusi kuantitatif yang merupakan bagian utama dari OR memasuki proses. Penyelesaian masalah sesungguhnya merupakan aplikasi satu atau lebih teknik-teknik ini terhadap model. Seringkali, solusi terhadap model berarti nilai-nilai variabel keputusan yang mengoptimumkan salah satu fungsi tujuan dengan nilai fungsi tujuan lain yang diterima.

Di samping solusi model, perlu juga mendapat informasi tambahan mengenai tingkah laku solusi yang disebabkan karena perubahan parameter sistem. Ini biasanya dinamakan sebagai analisis sensitivitas. Analisis ini terutama diperlukan jika parameter sistem tak dapat diduga secara tepat.

d. Validasi Model

Asumsi-asumsi yang digunakan dalam pembentukan model harus absah. Dengan kata lain, model harus diperiksa apakah ia mencerminkan berjalannya sistem yang diwakili. Suatu metode yang biasa digunakan

untuk menguji validitas model adalah membandingkan *performance*-nya dengan data masa lalu yang tersedia. Model dikatakan valid jika dengan kondisi input yang serupa, ia dapat menghasilkan kembali *performance* seperti masa lampau. Masalahnya adalah bahwa tak ada yang menjamin *performance* masa depan akan berlanjut meniru cerita lama.

e. Penerapan Hasil Akhir

Tahap terakhir adalah menerapkan hasil model yang telah diuji. Hal ini membutuhkan suatu penjelasan yang hati-hati tentang solusi yang digunakan dan hubungannya dengan realitas. Suatu tahap kritis pada tahap ini adalah mempertemukan ahli OR (pembentuk model) dengan mereka yang bertanggung jawab terhadap pelaksanaan sistem.

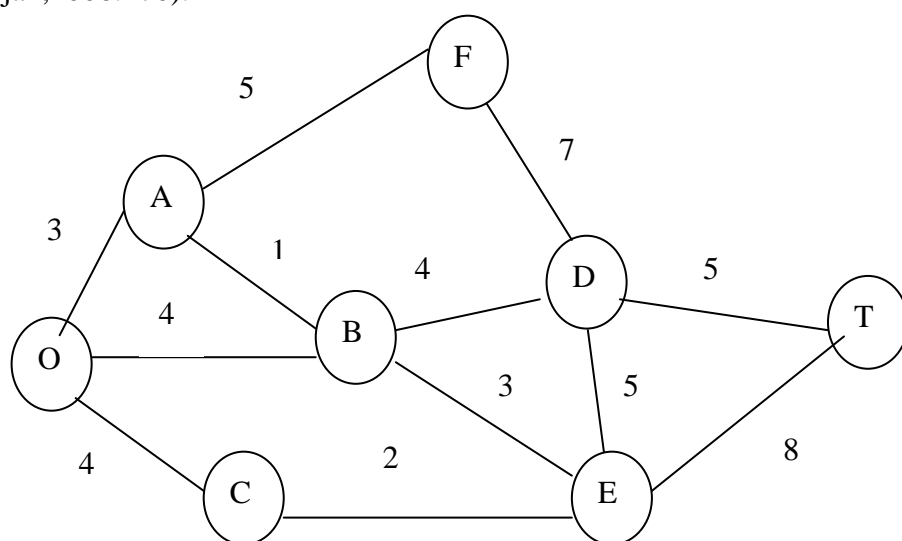
(Mulyono, 2002:7-8)

B. Model Jaringan

Jaringan merupakan suatu istilah yang sudah dikenal luas dalam kehidupan sehari-hari, terutama dalam bidang bisnis. Jaringan pemasaran misalnya, merupakan kumpulan antara produsen, pedagang, dan konsumen untuk produk tertentu, dimana dalam jaringan tersebut terdapat perpindahan arus barang atau jasa dari produsen melalui pedagang ke konsumen, dan sebaliknya terdapat perpindahan arus uang dari konsumen, dan sebaliknya terdapat perpindahan arus uang dari konsumen ke produsen melalui pedagang. Pada tahun-tahun terakhir ini proses pengambilan keputusan banyak melibatkan model-model secara kuantitatif, misalnya model arus jaringan, di

mana hal ini dikarenakan oleh (1) suatu model arus jaringan digambarkan sebagai diagram, yang dapat memberikan gambaran mengenai suatu sistem yang sedang dianalisis, sehingga memudahkan pengambil keputusan untuk menginterpretasikan sistem tersebut. (2) kebanyakan dari sistem dalam kehidupan sehari-hari dapat diperagakan menjadi suatu jaringan yang relatif mudah untuk dipahami dan dibuat.

Secara sederhana model arus jaringan dapat dideskripsikan sebagai susunan sisi yang terhubung pada berbagai titik, di mana pada setiap sisi dapat memiliki kriteria kapasitas arus yang berasal dari titik tertentu menuju titik lainnya, atau jarak dari titik tertentu ke titik lainnya. Berdasarkan hal tersebut, suatu jaringan pada umumnya diilustrasikan sebagai diagram yang terdiri dari titik-titik, sisi, dan parameter (besaran angka yang menunjukkan kapasitas arus atau jarak). Titik dilambangkan dengan bentuk lingkaran atau noktah, sedangkan sisi dengan ruas garis, sebagaimana ditunjukkan pada gambar 1. (Sitinjak,2006:170).



Gambar 1: Jaringan

Pengertian Graf

Sebuah graf G berisikan dua himpunan yaitu himpunan hingga tak kosong $V(G)$ yang elemen-elemennya disebut titik dan himpunan (mungkin kosong) $E(G)$ yang elemen-elemennya disebut sisi, sedemikian hingga setiap elemen e dalam $E(G)$ adalah sebuah pasangan tak berurutan dari titik-titik di $V(G)$. $V(G)$ disebut himpunan titik dari G dan $E(G)$ disebut himpunan sisi dari G .

Misal u dan v adalah titik-titik G dan sisi $e = \{u,v\}$ (sering ditulis $e = uv$) adalah sisi dari G . Kita katakan; sisi e menghubungkan titik-titik u dan v : titik u dan v berhubungan langsung (*adjacent*) di G ; u dan v adalah titik-titik akhir dari sisi e ; sisi e terkait (*incident*) dengan titik u atau v .

Sebuah graf G dapat dipresentasikan dalam bentuk diagram, di mana setiap titik G digambarkan dengan sebuah noktah dan setiap sisi yang menghubungkan dua titik di G digambarkan dengan sebuah kurva sederhana (ruas garis) dengan titik-titik akhir di kedua titik tersebut.

(Budayasa,1997:78)

Sebuah sisi dalam graf G yang menghubungkan sebuah titik v dengan dirinya sendiri disebut gelung (*loop*). Dalam suatu graf, apabila terdapat lebih dari satu sisi yang menghubungkan dua titik, maka sisi-sisi tersebut disebut sisi rangkap (*multiple edges*) (Budayasa,1997:79).

Graf yang tidak memiliki sisi disebut graf kosong (Budayasa,1997:80).

.Jika semua sisinya berarah maka grafnya disebut **Graf Berarah** (*Directed Graph*, atau sering disebut *Digraph*). Jika semua sisinya tidak berarah maka grafnya disebut **Graf Tak Berarah** (*Undirected Graph*) (Siang,2002:187).

Terminologi Jaringan

Model arus jaringan dapat dideskripsikan sebagai susunan sisi yang terhubung pada berbagai titik, di mana pada setiap sisi dapat memiliki kriteria kapasitas arus yang berasal dari titik tertentu menuju titik lainnya, atau jarak dari titik tertentu ke titik lainnya (Sitinjak,2006:170). Berdasarkan hal tersebut, maka suatu jaringan pada umumnya dapat dinyatakan sebagai graf.

Beberapa terminologi tambahan dari jaringan ini adalah sebagai berikut.

Misalkan G adalah sebuah graf. Sebuah jalan (*walk*) di G sebuah barisan berhingga (tak kosong) $W = v_0e_1v_1e_2v_2\dots e_kv_k$ yang suku-sukunya bergantian titik dan sisi, sedemikian hingga v_{i-1} dan v_i adalah titik-titik akhir sisi e_i , untuk $1 \leq i \leq k$. Kita katakan W adalah sebuah jalan dari v_0 ke v_k , atau jalan (v_0, v_k) . Titik v_0 dan titik v_k berturut-turut disebut titik awal dan titik akhir W . Sedangkan titik-titik v_1, v_2, \dots, v_{k-1} disebut titik-titik internal dari W ; dan k disebut panjang dari W . Perhatikan bahwa panjang dari jalan W adalah banyaknya sisi dalam W . Jika semua sisi $e_1, e_2, e_3, \dots, e_k$ dalam jalan W berbeda, maka W disebut sebuah jejak (*trail*). Jika semua titik $v_0, v_1, v_2, \dots, v_k$ dalam jalan W juga berbeda, maka W disebut sebuah

lintasan (*path*). Sebuah jalan W dengan panjang positif disebut tertutup, jika titik awal dan titik akhir dari W identik (sama). Jejak tutup disebut sirkuit. Sebuah sirkuit di graf G yang memuat semua sisi G disebut sirkuit Euler. Sebuah graf yang memuat sirkuit Euler disebut graf Euler. Sebuah siklus adalah sebuah jejak tertutup (*closed trail*) yang semua titik internalnya berbeda. Banyaknya sisi dalam suatu siklus disebut panjang dari siklus tersebut. Siklus dengan panjang k disebut k -siklus. Sebuah siklus yang memuat titik sebuah graf disebut siklus Hamilton. Graf yang memuat siklus Hamilton disebut graf Hamilton (Budayasa, 1997:83).

Sebuah graf G dikatakan terhubung jika untuk setiap dua titik u dan v di G , terdapat lintasan di G yang menghubungkan kedua titik tersebut. Sebaliknya, graf G disebut graf tak terhubung. Sebuah komponen dari graf G adalah sebuah graf bagian terhubung maksimal (titik dan sisi) dari G . Jadi setiap graf terhubung hanya mempunyai satu komponen sedangkan graf tak terhubung memiliki lebih dari satu komponen.

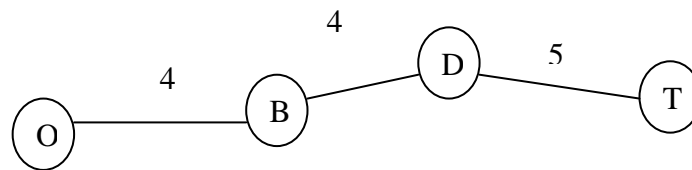
Sebuah graf terhubung yang tidak memiliki siklus disebut pohon (*tree*). Sedangkan sebuah graf yang setiap komponennya pohon disebut hutan (*forest*) (Budayasa, 1997:84).

Contoh 1.

Dari graf pada gambar 1 maka dapat diperoleh:

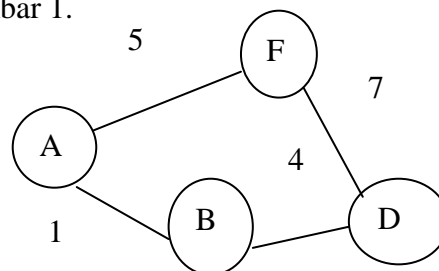
- a. jalan dari A ke T adalah melalui titik A ke B , B ke E , E ke C , C ke O , O ke B , B ke E , E ke T .

- b. jejak dari A ke T adalah melalui titik A ke B, B ke E, E ke C, C ke O, O ke B, B ke D, D ke T.
- c. lintasan dari O menuju T adalah melalui titik O ke B, B ke D, D ke T, atau sebaliknya.



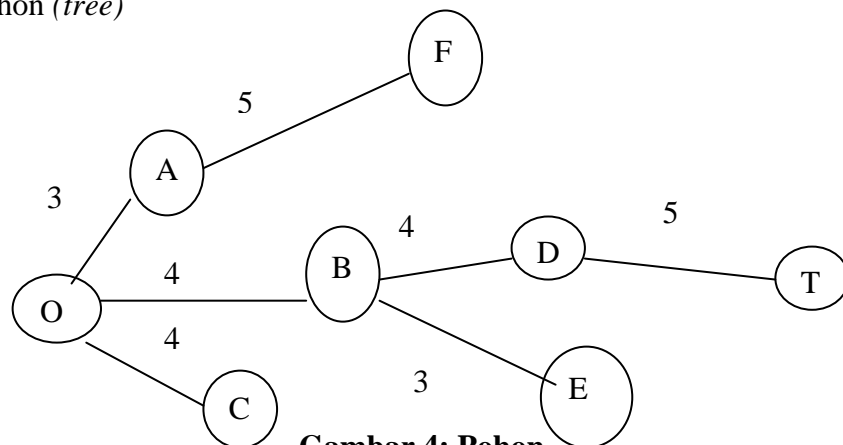
Gambar 2: Lintasan

- d. sebuah jejak tertutup A ke F, F ke D, dan D ke B, B ke A adalah siklus dari gambar 1.



Gambar 3: Siklus

- e. pohon (*tree*)



Gambar 4: Pohon

Kapasitas aliran suatu sisi dengan arah tertentu, yaitu batas atas aliran (atau jumlah aliran total) yang fisibel pada sisi tersebut.

Contoh 2:

Kapasitas dari A ke B adalah 1, kapasitas dari B ke D adalah 4, kapasitas dari D ke F adalah 7, dan lain-lain.

Misalkan G adalah suatu graf, graf G dikatakan **Graf Berbobot** jika setiap sisinya diberi sebuah harga atau bobot atau kapasitas (Munir, 2001: 203).

Sumber suatu jaringan, yaitu titik yang menjadi awal bagi sisi-sisinya, dimana aliran bergerak meninggalkannya. Pada gambar 1, titik O adalah sumber jaringan.

Tujuan suatu jaringan, yaitu titik yang dituju oleh sisi-sisinya, dan aliran masuk ke titik tersebut. Pada gambar 1 titik T adalah tujuan jaringan.

(Dimiyati, 1999:163)

Adapun persoalan jaringan ini dapat dibagi menjadi 3 macam persoalan:

1. Persoalan rute terpendek (*shortest route*)
2. Persoalan minimasi jaringan atau pohon rentang minimum (*minimal spanning tree*)
3. Persoalan aliran maksimum (*maximal flow*)

(Dimiyati, 1999:162)

C. Menentukan Jarak Minimum dengan Pohon Rentang Minimum

(Minimal Spanning Tree)

1. Rute Terpendek

Setiap dua titik dapat terjadi beberapa lintasan pada graf, dimana lintasan dengan bobot yang minimum disebut sebagai lintasan atau rute terpendek. bobot di sini dapat berupa jarak, waktu tempuh, atau ongkos transportasi dari satu titik ke titik lainnya yang berbentuk rute tertentu (Dimiyati, 1999:164).

2. Pohon Rentang

Misalkan G adalah graf tak berarah terhubung yang bukan pohon, yang berarti di G terdapat beberapa siklus. G dapat diubah menjadi pohon rentang dengan memilih sebuah siklus, lalu hapus satu buah sisi dari siklus ini. G akan tetap terhubung dan jumlah siklusnya berkurang satu. Bila proses ini dilakukan berulang-ulang sampai semua siklus di G hilang, maka G menjadi sebuah pohon T , yang dinamakan pohon rentang (*spanning tree*). Disebut pohon rentang karena semua titik pada pohon T sama dengan semua titik pada graf G , dan sisi-sisinya pada pohon $T \subseteq$ sisi-sisi pada graf G (Munir, 2001:253).

3. Pohon Rentang Minimum

Jika G adalah graf berbobot, maka bobot pohon rentang T dari G didefinisikan sebagai jumlah bobot semua sisi di T . Pohon rentang yang berbeda mempunyai bobot yang berbeda pula. Di antara semua pohon rentang di G , pohon rentang yang berbobot minimum dinamakan pohon

rentang minimum (Munir, 2001:255). Persoalan ini merupakan variasi dari persoalan rute terpendek yang perbedaannya terletak pada lintasan yang dicari. Pada rute terpendek, kita mencari lintasan/rute dari sumber ke tujuan yang memberikan total jarak minimum, sedangkan pada persoalan pohon rentang minimum ini yang dipersoalkan ialah menentukan sisi-sisi yang menghubungkan titik-titik yang ada pada jaringan, sehingga diperoleh panjang sisi total yang minimum (Munir, 2001:255).

Cukup banyak contoh praktis dari persoalan ini, diantaranya ialah sebagai berikut.

a. Perencanaan jaringan transportasi.

Dalam hal ini titik-titik-nya bisa berupa terminal, sedangkan sisi-sisinya dapat berupa jalan raya. Persoalannya ialah menentukan pola transportasi yang dapat melayani seluruh terminal dengan jarak yang minimum.

b. Perencanaan jaringan komunikasi berskala besar.

c. Perencanaan jaringan distribusi

Persoalan pohon rentang minimum ini dapat diselesaikan dengan cara yang sangat mudah sebagai berikut.

a. Pilihlah secara sembarang salah satu titik, kemudian hubungkan titik tersebut dengan titik lain yang terdekat.

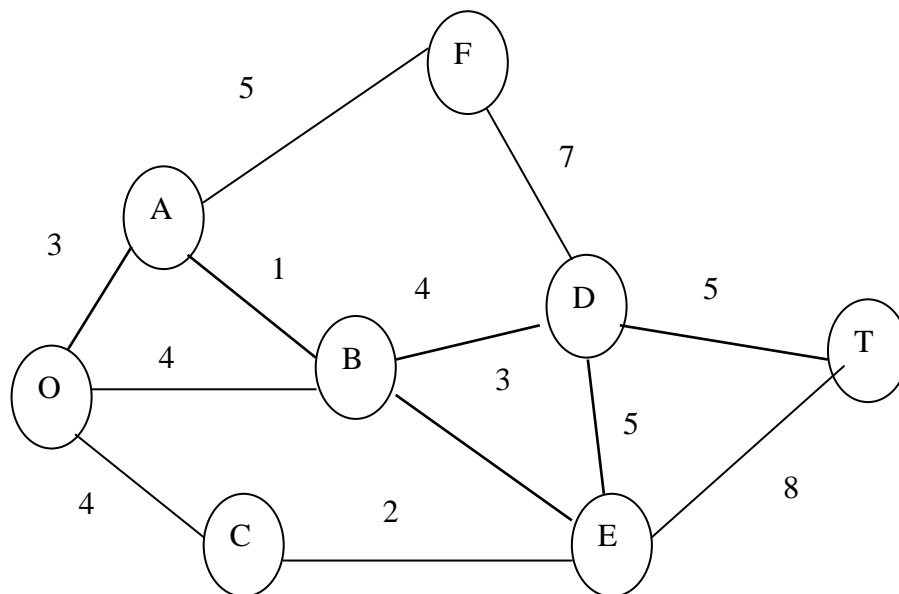
b. Tentukan titik lain yang belum dihubungkan, yang jaraknya paling dekat dengan titik yang sudah dihubungkan pada langkah sebelumnya.

Kemudian hubungkan titik ini. Ulangi langkah ini hingga seluruh titik terhubung.

(Dimiyati, 1999:165-166).

Contoh 3:

Jika di kawasan “Alam Hijau” (lihat Gambar 5) akan dipasang telepon yang dapat menghubungkan stasiun-stasiun yang ada, maka tentukan panjang kabel telepon yang harus dipasang pada jalan-jalan sehingga diperlukan panjang kabel yang optimum!



Gambar 5: Saluran Telepon

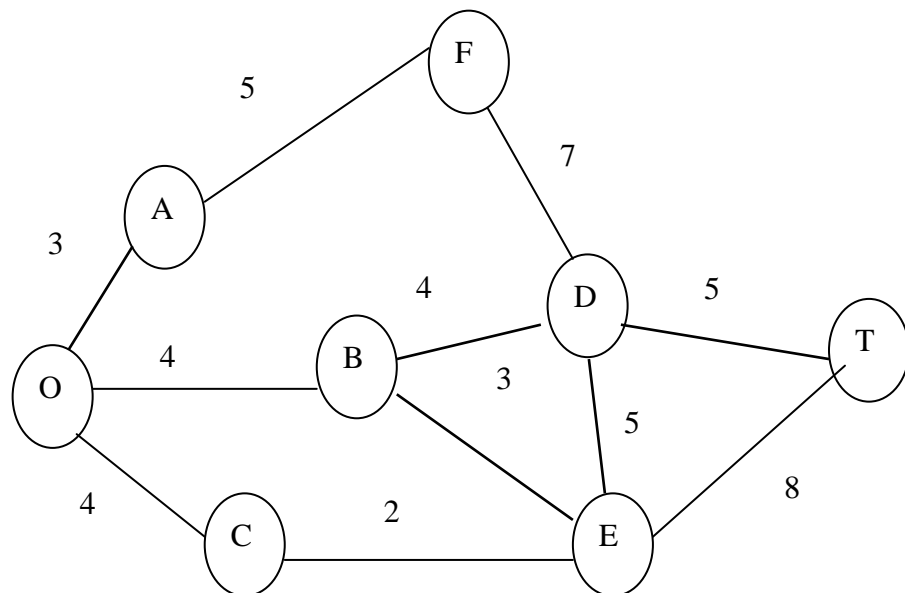
Penyelesaian:

- a. Menentukan panjang kabel telepon dengan pohon rentang.

Misalkan Gambar 5 di atas adalah graf G . Graf G mempunyai beberapa siklus antara lain lintasan A ke F, F ke D, dan D ke B, B ke A; lintasan A ke B, B ke E, dan E ke C, C ke O, O ke A; dan lain-lain.

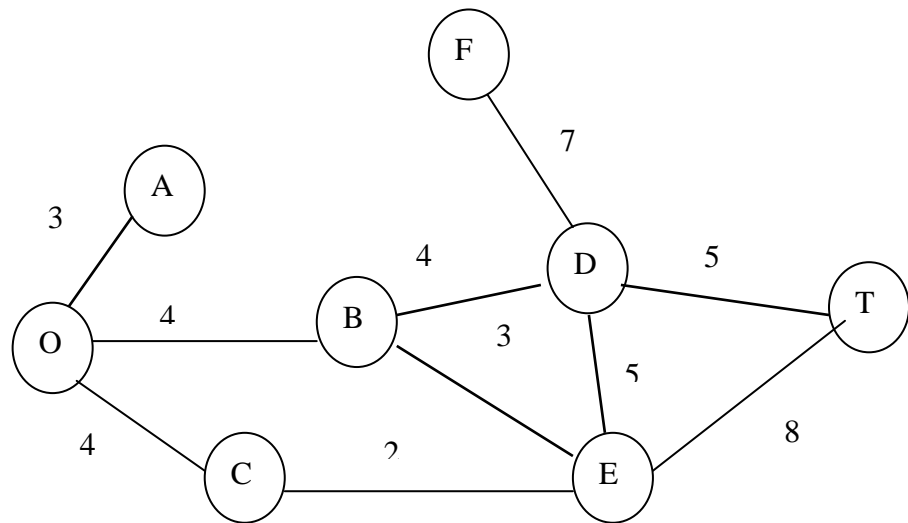
Untuk membuat pohon rentang, salah satu sisi dari graf G , misalnya siklus $A-B-D-F-A$.

Buat graf G' yang titik-titiknya sama dengan titik-titik graf G , dan salah satu sisi yang membentuk siklus $A-B-D-F-A$ dihilangkan (misalnya sisi AB). Dengan penghapusan satu sisi AB tersebut, G' masih merupakan graf terhubung. G' dapat digambarkan dalam gambar sebagai berikut.



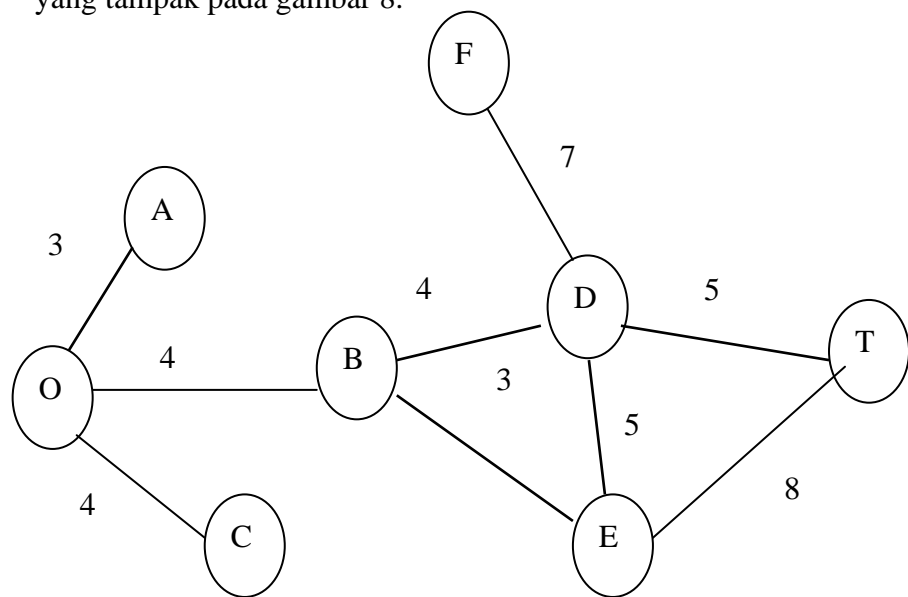
Gambar 6 : Graf G'

G' masih memuat siklus, jadi bukan merupakan pohon rentang. Bentuk G'' dengan cara menghilangkan salah satu sisi yang membentuk siklus (misalnya sisi AF). Dengan penghapusan satu sisi AF tersebut, G'' masih merupakan graf terhubung. G'' dapat digambarkan dalam gambar sebagai berikut.



Gambar 7: Graf G''

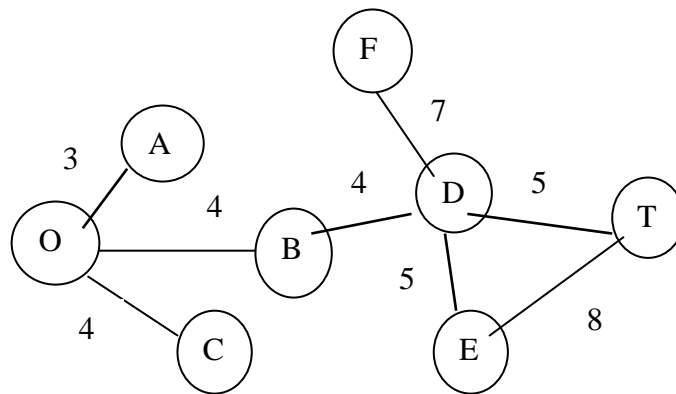
Ulangi proses tersebut dengan menghilangkan sisi CE. Didapat graf G''' yang tampak pada gambar 8.



Gambar 8: Graf G'''

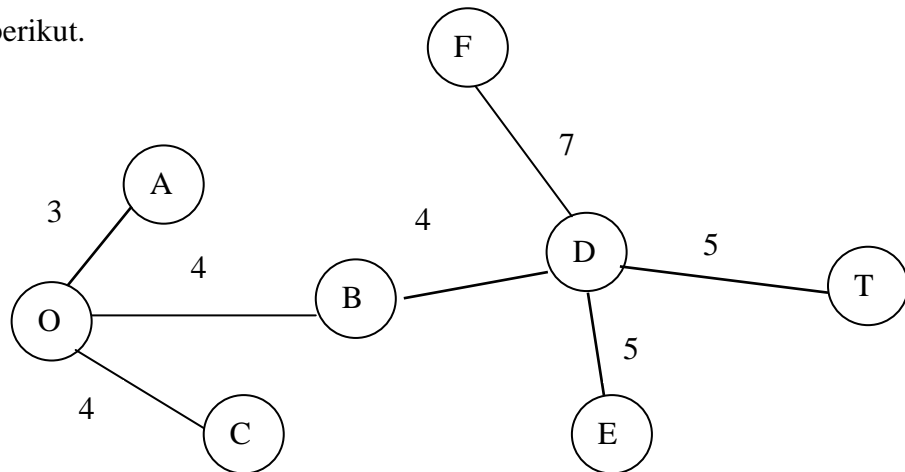
Karena G''' masih memiliki siklus, maka proses tetap dilanjutkan.

Misal sisi BE dihapus, didapat G^{IV} yang tampak dalam gambar berikut.



Gambar 9 : Graf G^{lv}

Selanjutnya, hapus sisi ET sehingga didapat graf G^v pada gambar berikut.



Gambar 10: Graf G^v

Tampak bahwa G^v yang digambarkan pada gambar merupakan graf terhubung yang tidak mempunyai siklus, sehingga merupakan pohon rentang dengan jumlah bobot: $3 + 4 + 4 + 4 + 7 + 5 + 5 = 32$ satuan panjang.

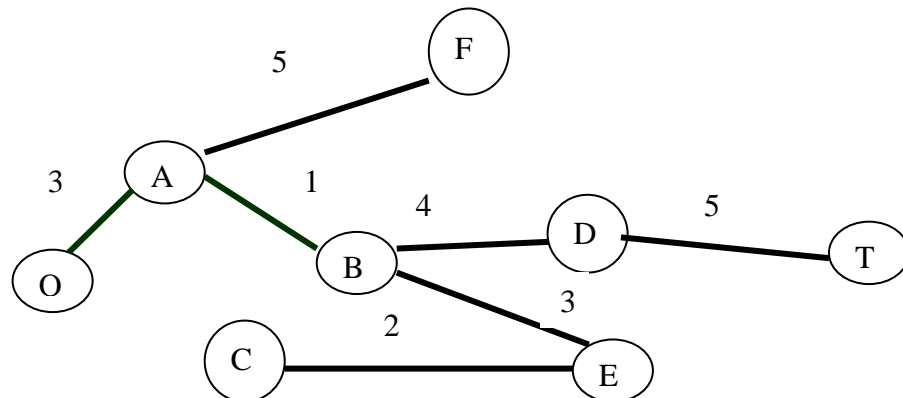
Sehingga kabel-kabel telepon yang harus dipasang memerlukan panjang kabel yaitu 32 satuan panjang dengan melalui semua saluran telepon seperti gambar 10.

b. Menentukan panjang kabel telepon dengan pohon rentang minimum.

Langkah-langkah untuk memperoleh panjang kabel yang optimum dengan menggunakan pohon rentang minimum pada gambar 5 adalah sebagai berikut.

- 1) Mulai dari stasiun O. Stasiun terdekat dengan O adalah stasiun A dengan jarak 3. Hubungkan O dengan A.
- 2) Stasiun terdekat dari O atau A adalah B. Karena B lebih dekat pada A, maka hubungkan B dengan A.
- 3) Stasiun terdekat dari O, A atau B adalah E. Karena E lebih dekat pada B, maka hubungkan B dengan E.
- 4) Stasiun terdekat dari O, A, B atau E adalah C. Karena E lebih dekat pada C, maka hubungkan E dengan C.
- 5) Stasiun yang belum dihubungkan adalah D karena jaraknya lebih dekat ke B, maka hubungkan B dengan D.
- 6) Stasiun terdekat dari B, D adalah T. Karena D lebih dekat pada T, maka hubungkan D dengan T.
- 7) Satu-satunya stasiun yang belum dihubungkan adalah F. karena jaraknya lebih dekat ke A dan tidak membentuk siklus, maka hubungkan F dengan A.

Maka saluran telepon yang dipasang dapat disajikan dalam pohon rentang minimum, sebagai berikut.



Gambar 11: Pohon Rentang Minimum

Dengan demikian, kabel-kabel telepon itu harus dipasang pada jalan-jalan yang menghubungkan stasiun-stasiun O dengan A, A dengan B, B dengan E, E dengan C, B dengan D, D dengan T, A dengan F dengan kabel sepanjang total 23 satuan panjang.

D. Algoritma Prim

Metode lain yang digunakan untuk mencari pohon rentang minimum yang ditemukan oleh *Robert C. Prim*. Berbeda dengan algoritma Kruskal yang dimulai dengan graf tanpa sisi, algoritma Prim dimulai dari graf yang kosong sama sekali. Untuk mencari pohon rentang minimum T dari graf G dengan algoritma Prim, mula-mula dipilih satu titik sembarang (misal v_1). Kemudian ditambahkan satu sisi yang berhubungan dengan v_1 dengan bobot yang paling minimum (misal e_1) dan titik ujung lainnya ke T sehingga T terdiri dari sebuah garis e_1 dan 2 buah titik-titik ujung garis e_1 (salah satunya adalah v_1). Pada setiap langkah selanjutnya, dipilih sebuah garis dalam $E(G)$ yang bukan anggota $E(T)$ dengan sifat:

- a. sisi tersebut berhubungan dengan salah satu titik $\in V(T)$.
- b. sisi tersebut mempunyai bobot yang paling kecil.

Langkah tersebut diulang-ulang hingga diperoleh $(n-1)$ garis dalam $E(T)$ (n adalah jumlah titik dalam G).

Misalkan G adalah graf berlabel dengan n titik dan T adalah pohon rentang minimum yang akan dibentuk (mula-mula kosong)

Secara formal algoritma Prim adalah sebagai berikut.

0. Inisialisasi: mula-mula T adalah graf kosong.
1. Ambil sembarang $v \in V(G)$. Masukkan v ke dalam $V(T)$.
2. $V(G) = V(G) - (v)$.
3. Untuk $i = 1, 2, \dots, n-1$, lakukan:
 - a. pilihlah garis $e \in E(G)$ dan $e \notin E(T)$ dengan syarat:
 - i. e berhubungan dengan satu titik dalam T dan tidak membentuk sirkuit.
 - ii. e mempunyai bobot terkecil dibandingkan dengan semua garis yang berhubungan dengan titik-titik dalam T , misalkan w adalah titik ujung e yang tidak berada dalam T .
 - b. tambahkan e ke $E(T)$ dan w ke $V(T)$
 - c. $V(G) = V(G) - (w)$

Algoritma Prim mungkin menghasilkan pohon rentang yang berbeda dengan pohon rentang yang dihasilkan melalui algoritma Kruskal. Tetapi pohon rentang yang dihasilkan oleh kedua algoritma tersebut merupakan

pohon rentang minimum yang mempunyai jumlah bobot yang sama (Siang,2002:269).

Contoh 4:

Gunakan algoritma Prim untuk mencari pohon rentang minimum pada contoh. 3, dimulai dari titik O.

Penyelesaian:

Misalkan G adalah graf mula-mula seperti yang tampak pada gambar 1, dan T adalah pohon rentang minimum yang akan dibuat. Mula-mula $V(T) = \{O\}$ dan $E(T) = \{\}$.

Pada iterasi pertama, pilih sisi $e_i \in E(G)$ dan $e_i \notin E(T)$ yang berhubungan dengan O dengan bobot terkecil. Ada 3 sisi yang berhubungan dengan O masing-masing sisi OA (dengan bobot 4), OB (dengan bobot 4), OC (dengan bobot 4). Pilih sisi dengan bobot terkecil, yaitu sisi OA. Tambahkan OA ke $E(T)$ dan titik ujung OA (=A) ke $V(T)$

Sekarang $V(T) = \{O,A\}$ dan $E(T) = \{OA\}$.

Pada iterasi kedua, pilih sisi $e_j \in E(G)$ dan $e_j \notin E(T)$ yang berhubungan dengan titik-titik dalam $V(T)$ dengan bobot terkecil. Sisi-sisi di luar $E(T)$ yang berhubungan dengan titik-titik dalam $V(T)$ adalah: sisi OC (dengan bobot 4), OB (dengan bobot 4), AB (dengan bobot 1), AF (dengan bobot 5). Pilih sisi dengan bobot terkecil yaitu AB. Tambahkan AB ke $E(T)$ dan titik ujung AB (=B) ke $V(T)$

Sekarang $V(T) = \{O,A,B\}$ dan $E(T) = \{OA,AB\}$.

Proses iterasi yang sama diulang-ulang hingga $V(T)$ memuat semua titik dalam G (atau jumlah iterasi adalah $(n-1)$, dengan n adalah jumlah titik dalam G). Didapatkan hasil sebagai berikut (angka di dalam kurung pada kolom kedua menyatakan bobot sisi yang terpilih):

Tabel 1: Tabel Iterasi

| Iterasi | Sisi yang terpilih | Titik yang ditambahkan | keterangan |
|-----------|--------------------|------------------------|------------|
| Mula-mula | - | O | - |
| 1 | OA (3) | A | - |
| 2 | AB (1) | B | - |
| 3 | BE (3) | E | - |
| 4 | EC (2) | C | - |
| 5 | BD (4) | D | - |
| 6 | DT(5) | T | - |
| 7 | AF(5) | F | - |

Pohon rentang yang terbentuk setelah semua iterasi dilalui adalah pohon rentang minimum yang sama dengan pohon rentang minimum Gambar 5 dan dengan bobot totalnya sama.

E. Program *Maple*

Penelitian Matematika dengan *Maple* seperti meneliti matematika dengan ada ahli matematika di samping kita. Kita bisa meneliti materi yang kita inginkan dengan meminta pemecahannya. Di beberapa kasus pemecahan masalah yang didapat berbeda dengan prakteknya. *Maple*, dapat diartikan pula

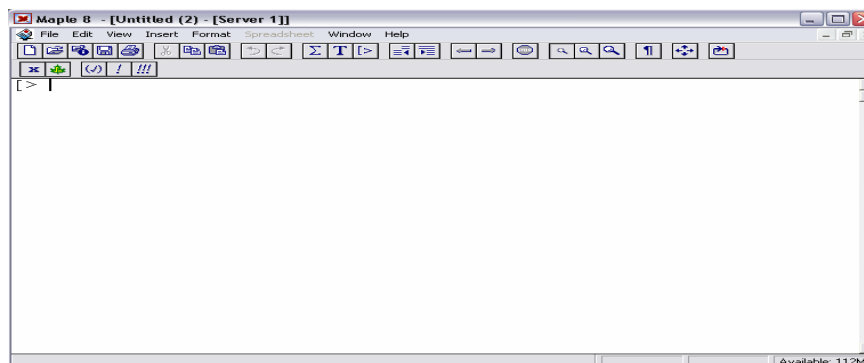
asisten matematika yang sangat terlatih dan bisa diterapkan langsung dalam praktek secara cepat dan akurat. Kita hanya membutuhkan sedikit petunjuk sederhana.

Sebab-sebab mengenal sistem *Maple* sebagai pendukung penelitian, adalah sebagai berikut.

- a. Objek yang diteliti adalah bagian dari prasarana yang didukung oleh sistem. Di dalamnya termasuk kumpulan (perintah dan bukan perintah), variabel, polinomial, graf, peubah bilangan bulat dan bilangan rasional dan banyak alasan penting termasuk sebagai pendukung komputer yang tepat.
- b. Alat untuk menganalisa objek yang di dalamnya atau untuk membuat lebih mudah dengan dasarnya melihat solusi interaksi untuk masalah khusus.

Menggunakan *Maple* berarti menuju keberhasilan dari suatu masalah dalam matematika diskret. Sekalipun begitu, alat ini, untuk digunakan secara efektif dan harus mempunyai beberapa pemahaman basis dasar menyangkut alat dan kemampuannya. pada bagian ini akan dibahas program *Maple* dengan pembahasan suatu contoh interaktif.

Untuk memulai *Maple* baru dimulai dengan mulai membuka program *Maple*. Maka akan muncul tampilan *Maple Worksheet* yang kosong, kita bisa mengolah kata untuk memulainya dengan halaman yang kosong. Kita bisa melanjutkannya dengan ”membuka” dokumen selanjutnya, atau memberikan nama dokumen sama seperti kita memulai *Maple*.



Gambar 12: Maple Worksheet

Maple akan berproses ketika kita memasukkan perintah pada *Maple*, dan tanggapan *Maple* (yang tampak pada dokumen) dan memasukkan perintah. Perintah harus dimasukkan dalam paragraf, kemudian diolah. Dokumen itu disebut *Maple worksheet*.

Sebagian besar, *Maple worksheet* seperti dokumen pengolah kata. Kita bisa mendeskripsikan perintah seperti tipe, *backspacing*, dan editing pada dokumen dengan menggunakan operasi standar dalam pengolahan kata.

Berbeda dengan dokumen pengolah kata *Maple* akan menyeleksi paragraf (memasukkan dalam baris) dapat pula dengan memasukkan perintah region. Memasukkan perintah region terbatas hanya berisi perintah *Maple* yang valid.

Kemudian tekan Enter pada baris yang berisi *Maple* dengan perintah lengkap yang selanjutnya diolah oleh mesin komputasi *Maple*, memintanya untuk keluar dari program, dan memasukkan ke dalam dokumen dengan paragraf yang menyertakan perintah.

Dengan demikian, mengedit dokumen seperti ada asisten matematika di samping kita, menunggu kita untuk memberikan tugas padanya.

Khas, memulai *Maple*, kursor akan berada pada baris dengan dimulai tanda khusus $>$. "tanda" ini menandakan kita berada dalam perintah. Kita memprosesnya dengan perintah tertentu dan tekan tombol *Enter*.

Sebagai contoh, perintah *Maple* tampil pada baris dengan huruf jelas diawali dengan tanda khusus $>$. Khas, berisi bentuk matematika dengan indikasi fungsi atau transformasi, dan diakhiri dengan tanda titik koma.

Perintah lengkap dengan diakhiri titik koma. Mungkin tanda ini bisa lebih dari satu tergantung grup dalam satu barisnya. Ketiadaan tanda titik koma di akhir *Maple* secara normal diharapkan dilengkapi perintah ini untuk baris berikutnya.

Menjalankan perintah, memasukkan titik pada beberapa baris yang berisi perintah, dan tekan *Enter* untuk dihitung (dihitung kembali) hasilnya dan tampilan jawabannya.

(Rosen,1997:2-4)

F. Aplikasi *Maple* Pada Jaringan

Maple mempunyai koleksi banyak tentang perintah yang berhubungan dengan teori graf, semuanya bisa ditemukan dalam satu paket jaringan. Perintah untuk mengakses kita gunakan perintah untuk memasuki paket. Definisi beberapa graf mempunyai prosedur khusus yang tersedia dalam *Maple*. Daftar beberapa perintah penting yang cocok menjalankan tanggapan untuk menjalankan perintah (Rosen, 1997:217).

$>$ with(networks):

Satu cara untuk mengolah paket, kita bisa menggunakan perintah maple baru untuk membuat graf baru dan menambahkan atau menghapus sisi dan titik, lengkungan. Subset dari titik bisa digunakan untuk subgrap. Beberapa perintah langsung dengan tipe spesial dalam graf seperti graf komplit, graf kubus, graf Peterson, dan graf sembarang. Perintah lain untuk mengolah beberapa karakteristik penting dalam graf, seperti derajat maksimal, diameter atau keplanaran.

Buat graf baru kita sebut G1, kita gunakan perintah baru. Perintah ini untuk membuat graf baru “objek” dan semua inisial struktur pokok dari graf. Perintah hanya menerima satu argumen satu nama satu graf baru.

> **G1:=new():**

Graf baru ini dibuat tidak hanya dengan titik atau sisi. Bisa ditambahkan pada graf dengan perintah *addvertex*, *addedge*, and *connect*.

Kita bisa melanjutkan dengan membuat contoh graf sederhana dengan menambah titik untuk menampilkan kota dan sisi untuk menampilkan jaringan komunikasi pada jaringan komputer dengan kota pilihan. Kita gunakan perintah *addvertex* untuk menambah titik dan *addedge* untuk perintah menambah sisi dan bangunlah sebuah graf.

Sebagai contoh kita pilih himpunan tujuh daerah di Kecamatan Jatibarang misalkan Jatibarang Lor, Jatibarang Kidul, Buaran, Kendawa, Kikiran, Kemiriamba, Dukuhmaja. Dengan menyertakan perintah tambahan pada tujuh titik tersebut untuk membuat graf G1 yang baru.

>**addvertex({Jatibarang_Lor,Jatibarang_Kidul,Buaran,**

Kendawa, Kikiran, Kemiriamba, Dukuhmaja}, G1):

> vertices(G1);

{Jatibarang_Lor, Kendawa, Buaran, Jatibarang_Kidul, Kemiriamba, Dukuhmaja, Kikiran}

(Rosen, 1997:218)

Nama titik baru yang kita buat sesuai dengan yang terdaftar di tanggapan perintah. Untuk melengkapi tampilan graf jaringan komputer yang luas selanjutnya kita tambahkan sisi untuk menghubungkan antar kota. Masing-masing berhubungan secara tidak langsung. Sebagai informasi graf tersebut bisa dihubungkan langsung. Hubungan tidak langsung bisa didefinisikan dengan menggunakan dua titik; dua kota yang dipasangkan untuk dihubungkan. Untuk menambah sisi pada graf kita gunakan perintah *addedge* cara ini hampir sama dengan perintah *addvertex*. Argumen pertama digunakan untuk menampilkan pasangan titik pada sisi baru. Argumen terakhir adalah nama graf untuk menampilkan sisi yang ditambahkan.

```
>addedge({{Jatibarang_Lor, Jatibarang_Kidul}, {Jatibarang_Lor, Dukuhmaja}, {Dukuhmaja, Jatibarang_Kidul}, {Jatibarang_Kidul, Buaran}, {Buaran, Kendawa}, {Buaran, Kikiran}, {Buaran, Kemiriamba}, {Kendawa, Kemiriamba}, {Kikiran, Kemiriamba}}, G1);
```

e1, e2, e3, e4, e5, e6, e7, e8, e9

Tiap-tiap sisi yang kita buat, dengan nama yang umum. Nama sisi seperti yang ditampilkan dalam operasi ini. Nama digunakan, jika suatu kebutuhan, lebih dari satu hubungan bisa terjadi antar kota.

Untuk mencari pasangan titik dengan pasangan sisi graf G_1 . gunakan perintah *ends*, sebagai berikut:

```
> ends(e1, G1);
```

```
{ Jatibarang_Lor , Jatibarang_Kidul }
```

Untuk mengulang kembali semua pasangan koresponden sisi dengan pasangannya dalam graf kita gunakan perintah

```
> ends(G1);
```

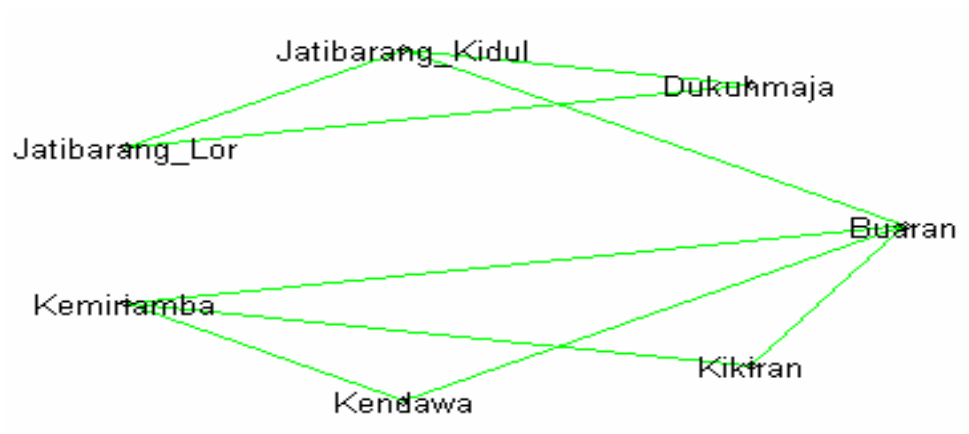
```
{ { Jatibarang_Lor , Jatibarang_Kidul } , { Jatibarang_Lor , Dukuhmaja } ,  
  { Jatibarang_Kidul , Dukuhmaja } , { Buaran , Jatibarang_Kidul } ,  
  { Kendawa , Buaran } , { Buaran , Kikiran } , { Buaran , Kemiriamba } ,  
  { Kendawa , Kemiriamba } , { Kemiriamba , Kikiran } }
```

(Rosen,1997:219)

Visualisasi Graf dalam Maple

Dalam *Maple*, kita menampilkan visual graf dengan perintah “*draw*”. *Maple* selalu menggambar tampilan menarik untuk suatu graf, tergantung pada penempatan titiknya dan bagaimana kita menghubungkannya. Tidak adanya instruksi tambahan untuk perintah sederhana *draw* menempatkan titik pada graf berlawanan dengan arah jarum jam pada lingkaran dan koneksi yang tepat pada titik dengan garis lurus, sebagai berikut.

```
> draw(G1);
```

Gambar 13: Graf G1

(Rosen,1997:220)

BAB III

METODE PENELITIAN

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

A. Menemukan Masalah

Dalam tahap ini dicari sumber pustaka dan dipilih bagian dari sumber pustaka sebagai suatu masalah.

B. Merumuskan Masalah

Masalah yang ditemukan kemudian dirumuskan ke dalam pertanyaan yang harus diselesaikan yaitu sebagai berikut.

1. Bagaimana menentukan model pendistribusian air bersih di Kecamatan Jatibarang Kabupaten Brebes dengan menggunakan program *Maple*?
2. Bagaimana menentukan penyelesaian optimal pendistribusian air bersih di Kecamatan Jatibarang Kabupaten Brebes dengan menggunakan algoritma Prim dan bantuan program *Maple*?

C. Pengambilan Data

Dalam penulisan ini, penulis memperoleh data dengan metode dokumentasi yaitu metode pengumpulan data dengan cara mengambil data sekunder yang diperoleh dari PDAM Kabupaten Brebes.

D. Pembentukan Model

Masalah pendistribusian air bersih di Kecamatan Jatibarang Brebes direpresentasikan dalam bentuk jaringan dan dengan bantuan program *Maple*.

E. Analisis dan Pemecahan masalah

Dari berbagai sumber pustaka yang sudah menjadi bahan kajian, diperoleh suatu pemecahan masalah di atas. Selanjutnya dilakukan langkah-langkah pemecahan masalah sebagai berikut.

1. Menjelaskan bagaimana menentukan model pendistribusian air bersih di Kecamatan Jatibarang Kabupaten Brebes dengan menggunakan program *Maple*.
2. Menjelaskan bagaimana menentukan penyelesaian optimal pendistribusian air bersih di Kecamatan Jatibarang Kabupaten Brebes dengan menggunakan algoritma Prim dan bantuan program *Maple*.

F. Penarikan Kesimpulan

Langkah terakhir dalam metode penelitian adalah penarikan kesimpulan yang diperoleh dari hasil langkah pemecahan masalah.

BAB IV

HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

A. HASIL PENELITIAN

Penelitian ini mengkaji tentang jaringan distribusi air bersih di Perusahaan Daerah Air Minum (PDAM) Kecamatan Jatibarang Kabupaten Brebes dengan permasalahannya yaitu menentukan jarak minimum dengan menggunakan algoritma Prim dan bantuan program *Maple*.

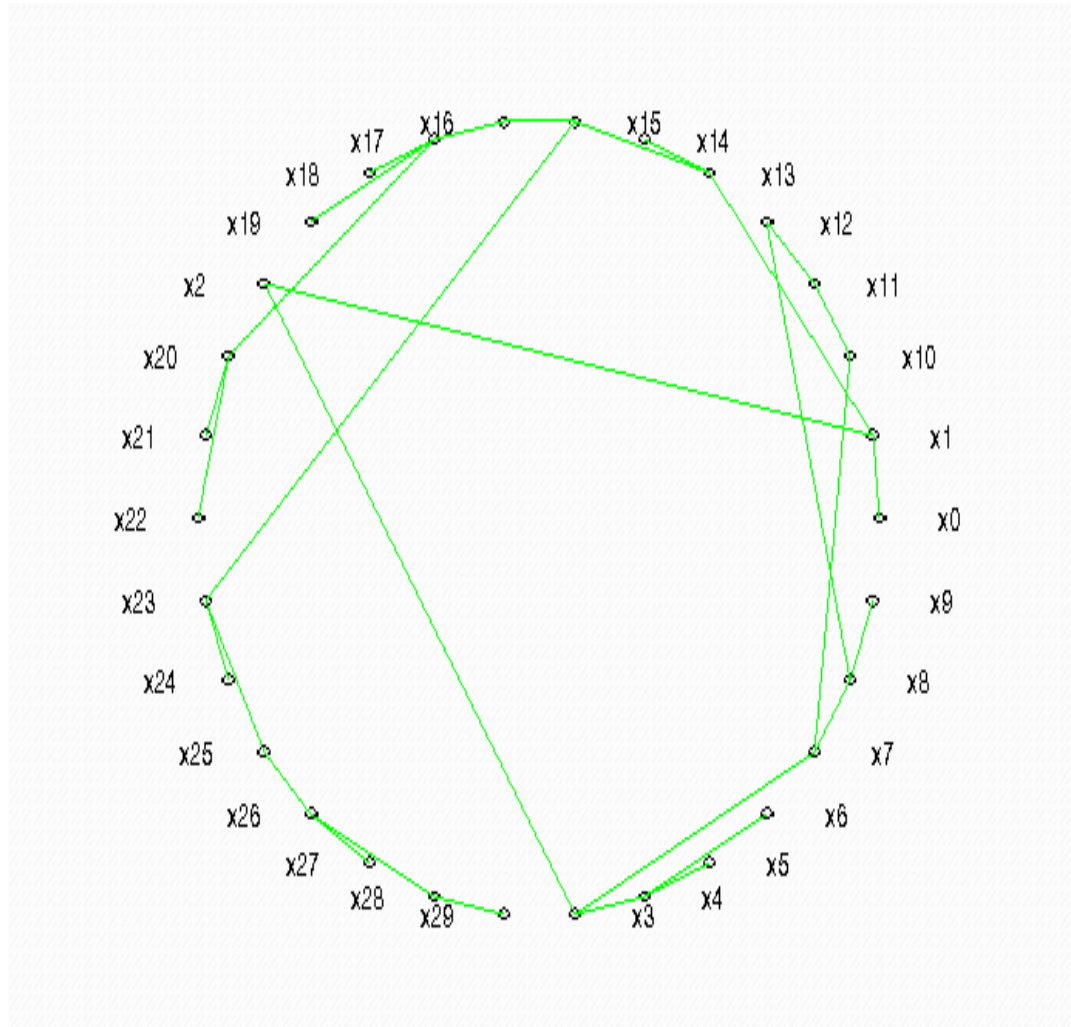
Dalam penelitian ini yang akan dicari adalah panjang total dari pipa distribusi yang bernilai minimum yang mencakup semua titik, dari titik sumber sampai ke tujuan.

Berdasarkan data yang diperoleh peneliti, yaitu berupa gambar peta jaringan distribusi air dari PDAM di wilayah Kecamatan Jatibarang Kabupaten Brebes beserta jarak /panjang pipa distribusi yang tersebar di wilayah tersebut. Dalam hal ini penyebaran pipa hanya sampai pada ujung pipa pada jalan-jalan yang menuju ke pelanggan, atau dengan kata lain bahwa kajian peneliti tidak sampai langsung pada setiap pelanggan. Dari gambar peta jaringan tersebut jika dikelompokkan datanya dapat dilihat pada tabel 2 lampiran 2.

1. Gambar Jaringan Distribusi Air di Kecamatan Jatibarang Brebes

Dari data tersebut kemudian dibuat gambar jaringan, dengan titik sumber dari Sungai Kaligiri ke semua titik yang berupa ujung pipa

distribusi pada setiap jalan. Gambar jaringan dapat diperoleh dengan simulasi program *Maple* sebagai berikut:



Gambar 14: Jaringan distribusi air bersih Kec. Jatibarang

2. Pohon Rentang Minimum Distribusi Air di Kecamatan Jatibarang Kabupaten Brebes

Dari gambar jaringan tersebut diketahui terdapat 30 titik (ujung pipa) dan 30 sisi (panjang/jarak pipa) yang menghubungkan setiap titik. Berdasarkan gambar jaringan tersebut maka untuk menentukan panjang

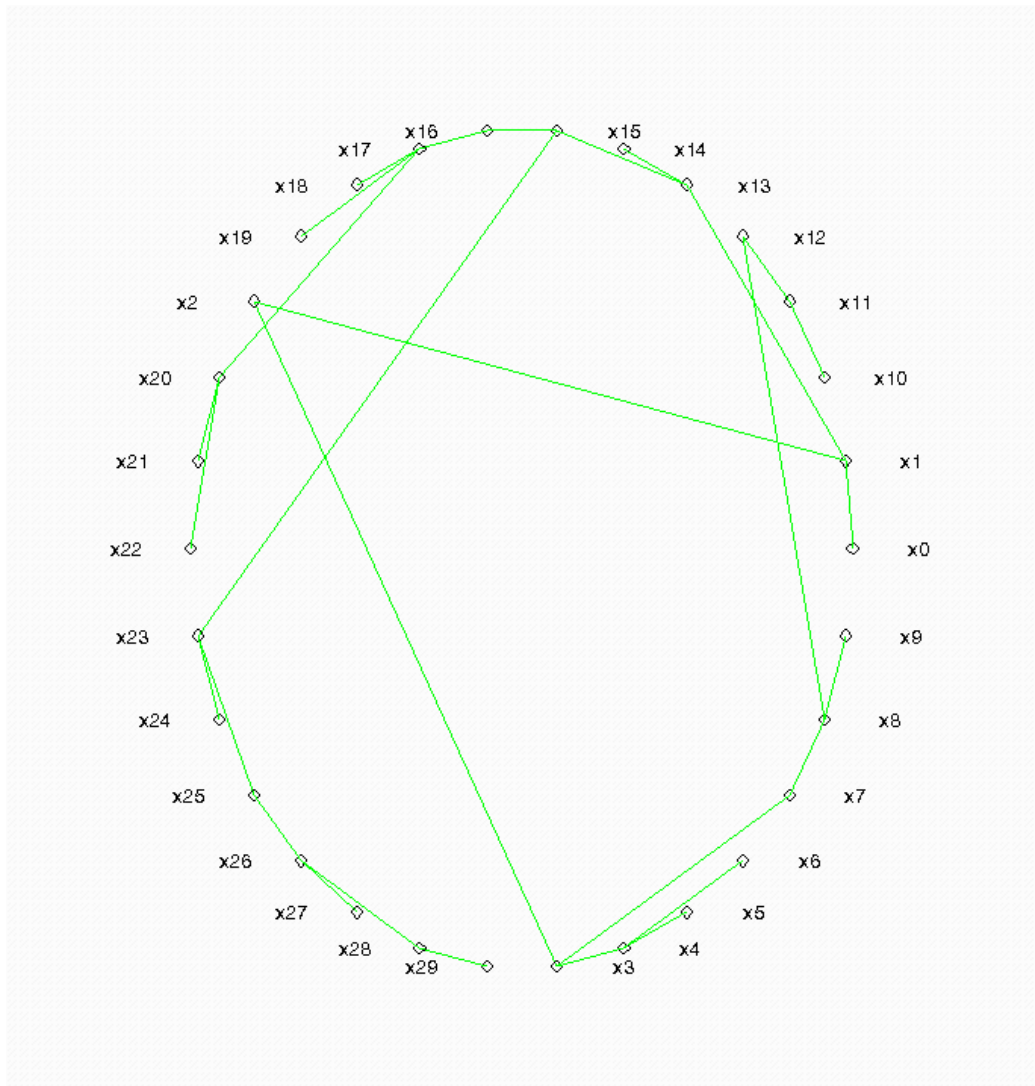
pipa yang minimum digunakan algoritma Prim dengan langkah-langkah sebagai berikut:

Dari titik sumber Sungai Kaligiri (X0) dihubungkan dengan titik berikutnya yang terhubung yang mempunyai panjang sisi minimum. Titik terpilih tadi kemudian dihubungkan dengan titik selanjutnya yang juga terhubung dan mempunyai panjang sisi minimum juga, langkah-langkah tersebut diteruskan sampai semua titik terhubung sehingga ditemukan panjang total pipa yang bernilai minimum.

Untuk menentukan pohon rentang minimum dengan menggunakan program *Maple*, maka dilakukan tahapan-tahapan berikut:

- a. Menyusun jaringan, dari data yang diperoleh yaitu berupa peta persebaran pendistribusian air bersih dari PDAM di wilayah Kecamatan Jatibarang, Kabupaten Brebes yang disertai jarak/panjang pipa maka kemudian dibuat gambar jaringannya.
- b. Menentukan pohon rentang minimum dengan daftar program *Maple* dapat dilihat pada lampiran 4.
- c. Membaca hasil dan analisa keluaran program *Maple*.

Dari hasil perhitungan dengan menggunakan program *Maple* diperoleh panjang minimum pipa sebesar 8324,4 m, yang merupakan solusi dari persoalan pohon rentang minimum untuk kasus menentukan jarak minimum pada pendistribusian air bersih dari PDAM Kecamatan Jatibarang Kabupaten Brebes. Gambar pohon rentang minimum tersebut disajikan seperti gambar berikut:



Gambar 15: pohon rentang minimum distribusi air bersih Kec. Jatibarang

B. PEMBAHASAN

1. Penyelesaian persoalan pohon rentang minimum pada pendistribusian air dari PDAM Kecamatan Jatibarang, Kabupaten Brebes dengan menggunakan algoritma Prim.

Misalkan X_i adalah titik perpotongan ujung-ujung pipa dari distribusi air di Kecamatan Jatibarang Kabupaten Brebes, dimana $i = 0, \dots, n$; $n \in \mathbb{N}$. Sedangkan keterhubungan antara ujung pipa yang satu dengan lainnya dinyatakan dengan sisi, dan jarak dari ujung pipa yang satu dengan lainnya dinyatakan dalam bobot. Dalam menyelesaikan persoalan pohon rentang minimum pendistribusian air dari PDAM Kecamatan Jatibarang menggunakan algoritma Prim dengan melihat gambar jaringan yang kemudian ditelusuri dari sumber Sungai Kaligiri yang merupakan titik awal yaitu X_0 sampai tujuan (titik terakhir), dengan memperhitungkan nilai bobot yang terkecil yang terlewati sehingga semua titik terhubung dan tidak membentuk siklus.

Langkah-langkah dalam menggunakan algoritma Prim untuk menyelesaikan persoalan jaringan distribusi air tersebut adalah sebagai berikut:

- a. Dari titik awal atau titik sumber yaitu X_0 , kemudian dihubungkan dengan titik berikutnya yang terhubung yang memiliki bobot terkecil, dari gambar jaringan dapat dilihat bahwa titik X_0 hanya terhubung dengan X_1 dengan bobot 1035 m.

Maka jalur X_0 sampai X_1 selesai dengan bobot 1035 m.

- b. Titik X1 terhubung dengan titik X2 dan X13, dimana bobot X1 dengan X2 adalah 466, sedangkan X1 dengan X13 adalah 374,8. Pilih bobot yang minimum yaitu 374.8 yang merupakan jarak antara X1 dengan X13.

Jadi jalur ini selesai dari X1 sampai X13 dengan bobot 374.8 m.

- c. Titik X13 terhubung dengan X14 dan X15, dimana bobot X13 dengan X14 adalah 112, sedangkan X13 dengan X15 adalah 672.3. Pilih bobot yang minimum yaitu 112 yang merupakan jarak antara X13 dengan X14.

Jadi jalur ini selesai dari X13 sampai X14 dengan bobot 112 m.

- d. Oleh karena tidak ada titik yang berhubungan dengan titik X14 maka dipilih titik-titik lain yang masih mempunyai keterhubungan dengan titik lain. Dari poin b, c di atas yang masih mempunyai keterhubungan adalah titik X1 dengan titik X2 dan titik X13 dengan X15, dengan bobot masing-masing adalah 466, 672.3. Pilih sisi yang mempunyai bobot minimum yaitu 466 yang merupakan jarak dari titik X1 sampai X2.

Maka jalur dari X1 sampai X2 selesai dengan bobot 466 m.

- e. Titik X2 hanya terhubung dengan titik X3 dengan bobot 273.3 m, maka jalur dari X2 sampai X3 selesai.
- f. Titik X3 terhubung dengan X4 dan X7 dimana bobot X3 dengan X4 adalah 430, sedangkan X3 dengan X7 adalah 150. Pilih bobot yang minimum yaitu 150 yang merupakan jarak antara X3 dengan X7.

Maka jalur dari X3 sampai X7 selesai dengan bobot 150 m

- g. Titik X7 terhubung X8 dan X10 dimana bobot X7 dengan X8 adalah 84, sedangkan X7 dengan X10 adalah 459. Pilih bobot yang minimum yaitu 84 yang merupakan jarak antara X7 dengan X8.

Maka jalur dari X7 sampai X8 selesai dengan bobot 84 m

- h. Titik X8 terhubung dengan titik X9 dan titik X12, dimana bobot X8 dengan X9 adalah 240, sedangkan X8 dengan X12 adalah 438. Pilih bobot yang minimum yaitu 240 yang merupakan jarak antara X8 dengan X9.

Maka jalur dari X8 sampai X9 selesai dengan bobot 240 m

- i. Oleh karena tidak ada titik yang berhubungan dengan titik X9 maka dipilih titik-titik lain yang masih mempunyai keterhubungan dengan titik lain. Dari poin c, f, g, h di atas yang masih mempunyai keterhubungan adalah titik X13 dengan X15, titik X3 dengan X4, titik X7 dengan X10, titik X8 dengan X12. Dengan bobot masing-masing adalah 672.3, 430, 459, 438. Pilih sisi yang mempunyai bobot minimum yaitu 430 yang merupakan jarak dari titik X3 sampai X4.

Maka jalur dari X3 sampai X4 selesai dengan bobot 430 m.

- j. Titik X4 terhubung dengan titik X5 dan X6, dimana bobot X4 dengan X5 adalah 64, sedangkan X4 dengan X6 adalah 375. Pilih bobot yang minimum yaitu 64 yang merupakan jarak antara X4 dengan X5.

Maka jalur dari X4 sampai X5 selesai dengan bobot 64 m

- k. Oleh karena tidak ada titik yang berhubungan dengan titik X5 maka dipilih titik-titik lain yang masih mempunyai keterhubungan dengan titik lain. Dari poin c, g, h, j di atas yang masih mempunyai keterhubungan adalah titik X13 dengan X15, titik X7 dengan X10, titik X8 dengan X12, X4 dengan X6. Dengan bobot masing-masing adalah 672.3, 459, 438, 375. Pilih sisi yang mempunyai bobot minimum yaitu 375 yang merupakan jarak dari titik X4 sampai X6. Maka jalur dari X4 sampai X6 selesai dengan bobot 375 m.
- l. Oleh karena tidak ada titik yang berhubungan dengan titik X6 maka dipilih titik-titik lain yang masih mempunyai keterhubungan dengan titik lain. Dari poin c, g, h di atas yang masih mempunyai keterhubungan adalah titik X13 dengan X15, titik X7 dengan X10, titik X8 dengan X12. Dengan bobot masing-masing adalah 672.3, 459, 438. Pilih sisi yang mempunyai bobot yaitu 438 yang merupakan jarak dari titik X8 sampai X12. Maka jalur dari X8 sampai X12 selesai dengan bobot 438 m.
- m. Titik X12 terhubung dengan titik X11 dengan bobot 328m. Maka jalur dari X12 sampai X11 selesai dengan bobot 328 m
- n. Titik X11 hanya terhubung dengan titik X10 dengan bobot 376 m, maka jalur dari X11 sampai X10 selesai dengan bobot 376 m.
- o. Titik X10 terhubung dengan titik X7 dengan bobot 459 m, oleh karena jalur ini membentuk siklus maka jalur ini tidak dipilih.

p. Terdapat titik-titik lain yang belum terhubung yaitu dari titik X13 sampai X15. Maka pilih jalur ini, akibatnya jalur dari titik X13 sampai titik X15 selesai dengan bobot 672.3 m.

q. Titik X15 terhubung dengan titik X16 dan X23, dimana bobot X15 dengan X16 adalah 198, sedangkan X15 dengan X23 adalah 426. Pilih bobot yang minimum yaitu 198 yang merupakan jarak antara X15 dengan X16.

Maka jalur dari X15 sampai X16 selesai dengan bobot 198 m

r. Titik X16 terhubung dengan titik X17 dengan bobot 414m.

Maka jalur dari X16 sampai X17 selesai dengan bobot 414 m

s. Titik X17 terhubung dengan titik X18, titik X19 dan titik X20, dimana bobot X17 dengan X18 adalah 64, X17 dengan X19 adalah 112, X17 dengan X20 adalah 366. Pilih bobot yang minimum yaitu 64 yang merupakan jarak antara X17 dengan X18.

Maka jalur dari X17 sampai X18 selesai dengan bobot 64 m.

t. Oleh karena tidak ada titik yang berhubungan dengan titik X18 maka dipilih titik-titik lain yang masih mempunyai keterhubungan dengan titik lain. Dari poin q, s di atas yang masih mempunyai keterhubungan adalah titik X15 dengan X23, X17 dengan X19, X17 dengan X20. Dengan bobot masing-masing adalah 426, 112, 366. Pilih sisi yang mempunyai bobot minimum yaitu 112 yang merupakan jarak dari titik X17 sampai X19.

Maka jalur dari X17 sampai X19 selesai dengan bobot 112 m.

u. Oleh karena tidak ada titik yang berhubungan dengan titik X19 maka dipilih titik-titik lain yang masih mempunyai keterhubungan dengan titik lain. Dari poin q, s di atas yang masih mempunyai keterhubungan adalah titik X15 dengan X23, X17 dengan X20. Dengan bobot masing-masing adalah 426, 366. Pilih sisi yang mempunyai bobot minimum yaitu 366 yang merupakan jarak dari titik X17 sampai X20. Maka jalur dari X17 sampai X20 selesai dengan bobot 366m

v. Titik X20 terhubung dengan titik X21 dan titik X22, dimana bobot X20 dengan X21 adalah 160, X20 dengan X22 adalah 68. Pilih bobot yang minimum yaitu 68 yang merupakan jarak antara X20 dengan X22.

Maka jalur dari X20 sampai X22 selesai dengan bobot 68 m.

w. Oleh karena tidak ada titik yang berhubungan dengan titik X22 maka dipilih titik-titik lain yang masih mempunyai keterhubungan dengan titik lain yaitu titik X20 dengan X21, titik X15 sampai X23 dengan bobot masing-masing adalah 160 dan 426. Pilih sisi yang mempunyai bobot minimum yaitu 160 yang merupakan jarak dari titik X20 sampai X21.

Maka jalur dari X20 sampai X21 selesai dengan bobot 160 m.

Oleh karena tidak ada titik yang berhubungan dengan titik X21 maka dipilih titik-titik lain yang masih mempunyai keterhubungan dengan titik lain yaitu titik X15 sampai X23 dengan bobot 426. Maka jalur dari X17 sampai X20 selesai dengan bobot 426m.

- x. Titik X23 terhubung dengan titik X24 dan titik X25, dimana bobot X23 dengan X24 adalah 64, X24 dengan X25 adalah 244. Pilih bobot yang minimum yaitu 64 yang merupakan jarak antara X23 dengan X24.

Maka jalur dari X23 sampai X24 selesai dengan bobot 64 m.

- y. Oleh karena tidak ada titik yang berhubungan dengan titik X24 maka dipilih titik-titik lain yang masih mempunyai keterhubungan dengan titik lain yaitu titik X23 sampai X25 dengan bobot 244. Maka jalur dari X23 sampai X25 selesai dengan bobot 244m.

- z. Titik X25 terhubung dengan titik X26 dengan bobot 275m.

Maka jalur dari X25 sampai X26 selesai dengan bobot 275 m.

Titik X26 terhubung dengan titik X27 dan titik X28, dimana bobot X26 dengan X27 adalah 60, X26 dengan X28 adalah 277. Pilih bobot yang minimum yaitu 60 yang merupakan jarak antara X26 dengan X27.

Maka jalur dari X26 sampai X27 selesai dengan bobot 60 m.

Oleh karena tidak ada titik yang berhubungan dengan titik X27 maka dipilih titik-titik lain yang masih mempunyai keterhubungan dengan titik lain yaitu titik X26 sampai X28 dengan bobot 277. Maka jalur dari X26 sampai X28 selesai dengan bobot 277m.

Titik X28 terhubung dengan titik X29 dengan bobot 178m.

Maka jalur dari X28 sampai X29 selesai dengan bobot 178 m.

Berikut ini tabel iterasi pohon rentang minimum dari pendistribusian air di Kecamatan Jatibarang Kabupaten Brebes:

Tabel 3: Tabel Iterasi pohon rentang minimum dari pendistribusian air di Kecamatan Jatibarang Kabupaten Brebes

| Langkah | Sisi yang terpilih | Bobot(m) |
|---------|--------------------|----------|
| 1 | X0-X1 | 1035 |
| 2 | X1-X13 | 374.8 |
| 3 | X13-X14 | 112 |
| 4 | X1-X2 | 466 |
| 5 | X2-X3 | 273.3 |
| 6 | X3-X7 | 150 |
| 7 | X7-X8 | 84 |
| 8 | X8-X9 | 240 |
| 9 | X3-X4 | 430 |
| 10 | X4-X5 | 64 |
| 11 | X4-X6 | 375 |
| 12 | X8-X12 | 438 |
| 13 | X12-X11 | 328 |
| 14 | X11-X10 | 376 |
| 15 | X13-X15 | 672.3 |
| 16 | X15-X16 | 198 |
| 17 | X16-X17 | 414 |
| 18 | X17-X18 | 64 |
| 19 | X17-X19 | 112 |
| 20 | X17-X20 | 366 |
| 21 | X20-X22 | 68 |
| 22 | X20-X21 | 160 |
| 23 | X15-X23 | 426 |
| 24 | X23-X24 | 64 |
| 25 | X23-X25 | 244 |

| Langkah | Sisi yang terpilih | Bobot(m) |
|---------|--------------------|----------|
| 26 | X25-X26 | 275 |
| 27 | X26-X27 | 60 |
| 28 | X26-X28 | 277 |
| 29 | X28-X29 | 178 |
| | JUMLAH | 8324.4 |

Dari penelusuran ini diperoleh pohon rentang minimum yaitu dari penjumlahan angka-angka untuk sisi yang terpilih di atas sehingga diperoleh bobot pohon rentang minimum dari jaringan pendistribusian air dari PDAM Kecamatan Jatibarang, Kabupaten Brebes adalah 8324.4 m.

2. Penyelesaian persoalan pohon rentang minimum pada pendistribusian air dari PDAM Kecamatan Jatibarang, Kabupaten Brebes dengan menggunakan program *maple*.

Berdasarkan data yang diperoleh penulis dari kantor PDAM Kecamatan Jatibarang Kabupaten Brebes yang kemudian digambar sebagai jaringan dan pohon rentang minimum. Dalam pembuatan pohon rentang minimum terdapat perubahan dalam penentuan total jarak minimum pada bahasa program *Maple*. Dimana daftar program *Maple* yang asli dapat dilihat pada lampiran 3 dan menghasilkan total jarak minimumnya 8265,4 m. Hal ini berbeda dengan hasil yang dicapai melalui perhitungan algoritma prim tanpa bantuan program *Maple*. Oleh karena itu, bahasa program *Maple* awal dirubah seperti pada lampiran 4. Adapun hasil dari keluaran program *Maple* setelah ada perubahan dalam

daftar program lampiran 4 menghasilkan total jarak minimum sebesar 8324.4 m yang merupakan panjang pipa minimum. Dimana hasil ini sesuai dengan hasil perhitungan dengan algoritma prim.

Jadi dari hasil perhitungan dengan menggunakan dua cara yaitu dengan algoritma Prim dan program *Maple* dihasilkan nilai optimal yang sama yaitu 8324.4 m. Dari hasil ini dapat diartikan bahwa perhitungan ini telah menghemat pipa sepanjang 459 m yang diperoleh dari pengurangan panjang pipa sebesar 459 m dari panjang total sebelumnya dengan hasil perhitungan *maple*.

BAB V

PENUTUP

A. Simpulan

Dari hasil penelitian dan pembahasan pada penelitian ini maka simpulan yang dapat diambil adalah sebagai berikut.

1. Model pendistribusian air dari Perusahaan Air Minum Daerah (PDAM) Kecamatan Jatibarang, Kabupaten Brebes adalah dari data *Jatibarang Distribution System* kemudian dibuat gambar jaringan, dengan titik sumber dari Sungai Kaligiri ke semua titik yang berupa ujung pipa distribusi pada setiap jalan. Adapun daftar program untuk model jaringan distribusi air dapat diperoleh dengan simulasi program *Maple* pada lampiran 3. Dari gambar jaringan tersebut diketahui terdapat 30 titik (ujung pipa) dan 30 sisi (panjang/jarak pipa) yang menghubungkan setiap titik. Di mana X_i adalah titik perpotongan ujung-ujung pipa dari distribusi air di Kecamatan Jatibarang Kabupaten Brebes, dimana $i = 0, \dots, n; n \in \mathbb{N}$. Sedangkan keterhubungan antara ujung pipa yang satu dengan lainnya dinyatakan dengan sisi, dan jarak dari ujung pipa yang satu dengan lainnya dinyatakan dalam bobot.

2. Proses penyelesaian optimal pendistribusian air dari Perusahaan Air Minum Daerah (PDAM) Kecamatan Jatibarang adalah dengan menentukan jarak minimum pendistribusian air dari Perusahaan Air Minum Daerah (PDAM) Kecamatan Jatibarang, Kabupaten Brebes yaitu dengan menentukan pohon rentang minimum. Dari data distribusi air maka dapat digambar pohon rentang minimumnya yang disesuaikan dengan gambar jaringan pendistribusian. Di mana menentukan pohon rentang minimum adalah dengan menggunakan Algoritma Prim dan bantuan program *Maple*. Penentuan panjang pipa yang minimum dengan algoritma Prim dengan langkah-langkah sebagai berikut: mula-mula dipilih satu titik sembarang (misal dari titik sumber yaitu Sungai Kaligiri (X_0)). Kemudian ditambahkan satu sisi yang berhubungan dengan X_0 dengan bobot yang paling minimum dan titik ujung lainnya ke pohon rentang minimum sehingga pohon rentang minimum terdiri dari sebuah sisi dan 2 buah titik-titik ujung sisi (salah satunya adalah X_0). Pada setiap langkah selanjutnya, dipilih sebuah sisi dalam jaringan yang bukan anggota pohon rentang minimum dengan sifat: sisi tersebut berhubungan dengan salah satu titik anggota pohon rentang minimum. Sisi tersebut mempunyai bobot yang paling kecil. Langkah tersebut diulang-ulang hingga diperoleh $(n-1)$ sisi dalam pohon rentang minimum (n adalah jumlah titik dalam jaringan pendistribusian).

Hasil perhitungan dengan menggunakan algoritma Prim menghasilkan pohon rentang minimum dengan bobot nilai 8324,4 m. Artinya panjang pipa yang dibutuhkan dari sumber Sungai Kaligiri sampai tujuan adalah 8324,4. Sesuai dengan tujuan dari penelitian ini yaitu penggunaan program *Maple* untuk menentukan jarak minimum pada pendistribusian air dari PDAM, maka setelah dilakukan perhitungan dengan menggunakan *Maple* ternyata perhitungan dengan menggunakan program *Maple* menghasilkan nilai 8324.4 m. Hal ini menunjukkan bahwa perhitungan pohon rentang minimum, baik dengan program *Maple* maupun dengan algoritma Prim mengakibatkan penghematan pipa pendistribusian sepanjang 459 m dari panjang total sebelumnya 8783.4 m.

B. Saran

Saran-saran yang dapat dikemukakan sebagai berikut:

1. Dalam pembuatan gambar jaringan hendaknya dibuat sejelas mungkin sehingga tidak terjadi kesalahan dalam membuat daftar program *maple*, dalam mengoperasikan program *Maple* haruslah lebih teliti agar hasil yang diinginkan tercapai.
2. Dengan menggunakan program *Maple* ini, semoga memberikan sumbangan ide kepada PDAM Kabupaten Brebes dalam penentuan kebijakan pemasangan pipa distribusi air sehingga dapat meminimumkan biaya operasional pemasangan pipa.

DAFTAR PUSTAKA

- Anonym, 2006. *Laporan Pendahuluan Penyusunan Dokumen Perencanaan Jaringan Air Bersih di Kabupaten Brebes Tahun Anggaran 2006*. Brebes:Badan Perencanaan Pembangunan Daerah.
- Budayasa, I Ketut. 1997. *Matematika Diskrit I*. Surabaya: University Press IKIP Surabaya.
- Hillier, Frederick S, *et all*. 1990. *Pengantar Riset Operasi Edisi Kelima Jilid 1*. Jakarta: Erlangga.
- Mulyono, Sri.2002. *Riset Operasi*. Jakarta: Lembaga Penerbit Fakultas Ekonomi Universitas Indonesia.
- Rosen, Kenneth H, *et all*. 1997. *Exploring Discrete Mathematics With Maple*. Singapore: Mc Graw-Hill Book Co.
- Siang, Jong Jek. 2002. *Matematika Diskrit dan Aplikasinya pada Ilmu Komputer*. Yogyakarta: ANDI.
- Sitinjak, Tumpul JR. 2006. *Riset Operasi untuk Pengambilan Keputusan Manajerial dengan Aplikasi Excel*. Yogyakarta: Graha Ilmu.